

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۳/۳۰



آزمون جامع ۳۰ خرداد ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه



آزمون «۳۰ خرداد ۱۴۰۴» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	ریاضی پایه و حسابان ۲
۲۱-۴۰	۲۰	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-امیر حسین افشار-بهمن امیدی-علی آزاد-داود بوالحسنی-سعید تن‌آرا-محمد ابراهیم توننده‌جانی روح اله حسنی-ظاهر دادستانی-محمد زنگنه-علی سلامت-حمید علیزاده-حامد قاسمیان-کیان کریمی خراسانی محمد گودرزی-مهسان گودرزی-مهدی نعمتی	ریاضی پایه و حسابان ۲	
عباس الهی-علی ایمانی-روح اله حسنی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-علیرضا شریف خطیبی-احمد رضا فلاح نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب امیر محمد کریمی مهر داد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب امیر محمد کریمی مهر داد ملوندی
ویراستاران رتبه‌پرتر	سیدسپهر متولیان	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهر داد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - احسان میرزینلی - فرشته کمبرانی - مهسا محمدنیا		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهر داد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه

زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- اگر $B = \frac{8-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{20+14\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$ ، مقدار $B^2 - 8B$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۴
(۳) -۱۴
(۴) -۱۲

۲- اگر $A(0, 3)$ و $B(-2, 7)$ رئوس مجاور یک لوزی و خط به معادله $y = -2x - 7$ معادله یک ضلع لوزی باشد، مساحت این لوزی کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۵
(۳) ۲۰
(۴) ۲۵

۳- مجموع مجذورهای جوابهای معادله درجه دوم $(m-1)x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ از مجموع معکوس آنها یک واحد کمتر است. حاصل ضرب جوابهای این معادله کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) ۳
(۴) $\frac{1}{2}$

۴- به ازای چند مقدار صحیح m ، حاصل عبارت $\sqrt{(m+1)x^2 - mx} - m$ ، برای هر مقدار x یک عدد حقیقی است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) هیچ مقدار

۵- مساحت ناحیه محدود به نمودار دو تابع $f(x) = |x-3| + |x-1|$ و $y = -|x-2| + 3$ کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) ۸
(۳) ۲
(۴) ۱

۶- جواب معادله $x + m^2 = \sqrt{x^2 + m}$ را $x = \alpha$ در نظر می گیریم. اگر $\alpha > m > 0$ باشد، آنگاه مجموعه مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$
(۲) $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty)$
(۳) $(0, \frac{-1+\sqrt{5}}{2})$
(۴) $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, 1)$

۷- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & , x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & , x < 0 \end{cases}$ ، $f(x) = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ ، اگر $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد، حاصل

$f(1 - \frac{a}{2})$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $-\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{3}$

۸- اگر $f(x) = x - 3[x]$ ، حاصل $f(f(x)) - x$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

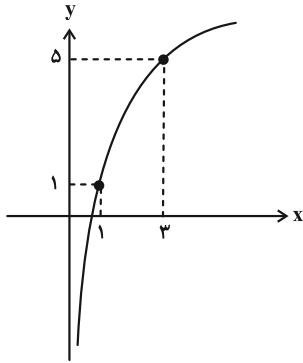
- (۱) $[3x]$
(۲) $3[x]$
(۳) $f(x)$
(۴) $-f(x)$

۹- اگر نوزادی ۲ ساله $\frac{7}{5}$ سی سی از یک نوع دارو را بخورد، پس از یک روز ۶۰ درصد از داروی مصرف شده از بدن او دفع می شود. اگر هر روز با همین روند، دفع داروی مانده در بدن او، ادامه یابد، چند روز طول می کشد مقدار داروی مانده در بدن او

به 75×10^{-7} سی سی برسد؟ $(\log 2 \approx 0.3)$

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۵
(۳) ۱۸
(۴) ۲۱

۱۰- در شکل زیر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = a \log_b^x + c$ رسم شده است. اگر $a \in \mathbb{N}$ و $f(3^a) < 8$ ، مقدار $f(\frac{a}{b})$ کدام است؟



- (۱) صفر
- (۲) ۱/۵
- (۳) ۲
- (۴) ۲/۵

۱۱- حاصل $\sin \frac{33\pi}{8} \sin \frac{11\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

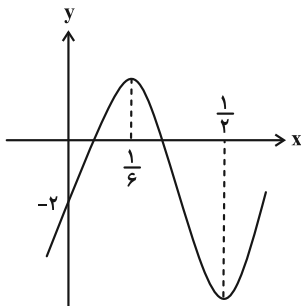
۱۲- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + a & , x \leq 0 \\ [-\frac{x}{2}] - b & , 0 < x < 1 \\ 2x - [x] & , x \geq 1 \end{cases}$ بر بازه $(-1, 1)$ پیوسته است. حاصل $a - b$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
- (۲) -۳
- (۳) ۳
- (۴) -۱

۱۳- نمودار تابع $f(x) = 2|x+3| - 4$ را ۲ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۳ واحد به طرف y های منفی و در نهایت نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. نمودار تابع حاصل روی کدام بازه اکیداً نزولی است؟

- (۱) $[0, 4]$
- (۲) $[-6, 0]$
- (۳) $[2, 8]$
- (۴) $[-8, 2]$

۱۴- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{a}{\pi} \sin ax + b$ در شکل زیر آمده است. مقدار $f(\frac{13}{18})$ کدام است؟



- (۱) -۲
- (۲) ۱
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

۱۵- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\frac{1}{\pi} \cos(x - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(x + \frac{3\pi}{8}) = \frac{1}{\pi}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11\pi}{4}$
- (۲) $\frac{9\pi}{4}$
- (۳) $\frac{7\pi}{4}$
- (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۶- تابع $f(x) = x^2 - 2x^2 - 3$ با دامنه اعداد حقیقی نامثبت را در نظر بگیرید. اگر $[a, b]$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که f روی آن

صعودی است، آن‌گاه آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a, b]$ چقدر از آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در $x = \frac{a}{p}$ کمتر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

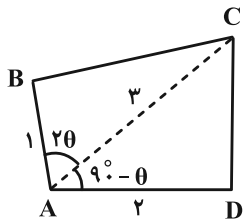
۱۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & , [x] > 0/5 \\ |x|x^2 + 2x| - 2 & , [x] < 0/5 \end{cases}$ در چند نقطه از دامنه‌اش، مشتق ندارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸- فاصله برخورد مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{2x - x^2 + 1}{(x+1)^2}$ از نقطه ماکزیمم نسبی تابع f کدام است؟

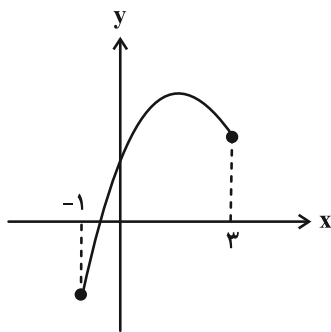
- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۹- در شکل زیر، اندازه زاویه θ کدام باشد تا مساحت چهارضلعی ABCD حداکثر مقدار ممکن شود؟



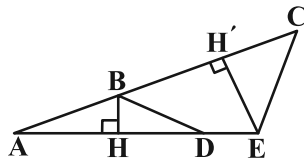
- (۱) $\frac{\pi}{12}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۲۰- اگر نمودار تابع $f(x) = ax + \sqrt{-x^2 + ax + b}$ به صورت زیر باشد، طول نقطه ماکزیمم تابع کدام است؟



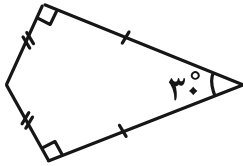
- (۱) $\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{5 + 4\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{2 + 5\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{2 + 5\sqrt{2}}{6}$

۲۱- در شکل زیر، اگر $AD = 8$ ، $DE = 3$ ، $AC = 12$ و $BC = 7$ باشد، نسبت $\frac{BH}{EH'}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{5}{12}$
 (۳) $\frac{5}{11}$
 (۴) $\frac{7}{12}$

۲۲- شکل زیر، یک کایت با مساحت ۳۲ واحد سطح است. طول قطر کوچک کایت کدام است؟

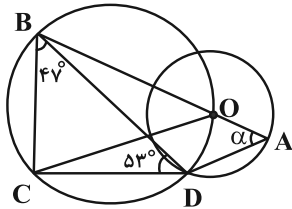


- (۱) $2\sqrt{3}$
 (۲) $4\sqrt{3}$
 (۳) $2\sqrt{2}$
 (۴) $4\sqrt{2}$

۲۳- در مکعب مفروض به طول یال ۲ واحد، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. اگر قسمتی از شکل که حجم کمتری دارد از مکعب حذف شود حجم باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) ۸
 (۲) $\frac{7}{5}$
 (۳) $\frac{6}{5}$
 (۴) ۶

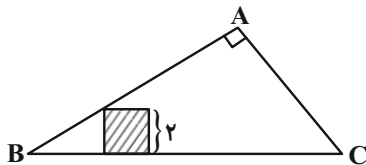
۲۴- در شکل روبه‌رو، مرکز دایره کوچکتر بوده و روی پاره‌خط AB است، مقدار زاویه α چند درجه است؟



($\widehat{CBD} = 47^\circ$ و $\widehat{BDC} = 53^\circ$)

- (۱) ۶۰
 (۲) ۵۰
 (۳) ۵۵
 (۴) ۶۵

۲۵- در شکل زیر، مربع هاشورخورده به طول ضلع ۲، درون مثلث قائم‌الزاویه ABC به اضلاع قائمه ۵ و ۱۲ به گونه‌ای محاط شده است که مجانس آن تحت مرکز B، مربعی است که یک ضلع آن روی قاعده BC و دو رأس آن بر اضلاع AB و AC قرار می‌گیرد، نسبت تجانس کدام است؟



- (۱) $\frac{229}{145}$
 (۲) $\frac{390}{229}$
 (۳) $\frac{129}{190}$
 (۴) $\frac{190}{279}$

۲۶- نیمساز زاویه داخلی A در مثلث ABC، ضلع BC به طول ۱۰ واحد را در نقطه D طوری قطع می‌کند که $4BD = DC$ ؛ اگر $AD = 2$ ، آنگاه کسینوس زاویه \widehat{B} برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۲۷- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} -3/75 & 2/75 \\ -0/25 & 0/25 \end{bmatrix}$ و رابطه $A^T X = B$ برقرار باشد، مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) -۸
 (۳) -۱۶
 (۴) -۳۲

۲۸- طول وتری از دایره $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ که بر دایره $C': x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ مماس می‌باشد، چقدر است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۸
 (۳) $2\sqrt{7}$
 (۴) $2\sqrt{5}$

۲۹- بر محور سهمی به معادله $y^2 - 4y + 3x = 8$ عمودی در نقطه کانون به گونه‌ای رسم می‌کنیم که سهمی را در نقاط M و N قطع کند، در مورد عرض این نقاط کدام صحیح است؟

(۱) $y_M \times y_N > 1$ (۲) $y_M \times y_N < -2$ (۳) $|y_M - y_N| < 2$ (۴) $y_M + y_N > 4$

۳۰- زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} منفرجه است. اگر $|\vec{a}| = 2$ و $|\vec{b}| = 3$ و مساحت مثلثی که دو بردار $2\vec{a} + 3\vec{b}$ و $5\vec{a} - \vec{b}$ دو ضلع آن هستند، برابر ۱۷ باشد، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ کدام است؟

(۱) $-2\sqrt{5}$ (۲) $-3\sqrt{5}$ (۳) $-3\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

۳۱- ارزش کدام گزاره سوری زیر با بقیه متفاوت است؟

(۱) $\exists x \in \mathbb{N}; 2x^2 + 5x = 3$ (۲) $\forall x \in \mathbb{Q}; \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 2} = x$

(۳) $\exists x \in \mathbb{Z}; 6x^2 - 5x + 1 < 0$ (۴) $\forall x \in \mathbb{R}; |x+2| > \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

۳۲- اگر A, B, C سه مجموعه غیر تهی باشند و $B \subseteq A$ ، آن‌گاه متمم مجموعه $(A - C) \cap B - (B \cap A \cap C)$ با کدام مجموعه برابر است؟

(۱) B (۲) $B \cup C$ (۳) $B \cap C'$ (۴) $B' \cup C$

۳۳- یک زیرمجموعه ۳ عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد مجموع عضوهایش بر ۳ بخش پذیر باشد؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{6}{19}$ (۳) $\frac{7}{20}$ (۴) $\frac{8}{21}$

۳۴- اعداد طبیعی را به گونه‌ای دسته‌بندی کرده‌ایم که تعداد جملات هر دسته، عددی فرد باشد. میانه دسته ۲۰ام چقدر از بزرگ‌ترین عدد دسته نوزدهم بیشتر است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۳۵- در تقسیم عدد طبیعی و سه رقمی a بر b، خارج قسمت و باقی‌مانده به ترتیب ۲۴ و ۱۳ است. اگر a مضرب ۷ باشد، آن‌گاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد a کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۳۶- باقی‌مانده تقسیم $6^{15} + 7^{15}$ بر ۳۱ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۷- اندازه یک گراف منتظم و غیر کامل از مرتبه ۱۱، حداکثر با مجموع تعداد یال‌های چند گراف ۲- منتظم از مرتبه ۴ برابر است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۲۲

۳۸- در یک ترن هوایی، ۶ جایگاه تک نفره در یک ردیف قرار گرفته است. ۷ نفر به چند حالت می‌توانند سوار ترن شوند و ۶ جایگاه را پر کنند به طوری که ۲ نفر خاص از آن‌ها نخواهند کنار هم بنشینند؟ (۱ نفر آنان به اجبار خواهد ایستاد!)

(۱) ۳۱۲۰ (۲) ۲۸۵۰ (۳) ۲۴۰۰ (۴) ۳۸۴۰

۳۹- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{\frac{x_2}{2}} + x_3 + x_4 = 4$ برابر با کدام است؟

(۱) ۳۱ (۲) ۳۴ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

۴۰- چند عدد طبیعی چهار رقمی با ارقام متمایز از مجموعه $\{1, 2, \dots, 6\}$ می‌توان نوشت که شامل دو رقم ۱ و ۲ باشند؟

(۱) ۱۴۴ (۲) ۱۶۰ (۳) ۲۸۸ (۴) ۳۲۰

دفترچه اختصاصی - ۲

علوم
ریاضی
وفنی

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۳/۲۰



آزمون جامع ۳۰ خرداد ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	



آزمون «۳۰ خرداد ۱۴۰۴» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفتر قلمچیان

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۵ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۷۵	۳۵	فیزیک
۷۶-۱۰۵	۳۰	شیمی
۴۱-۱۰۵	۶۵	جمع کل

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند بهنام شاهینی-معصومه شریعت-ناصری-مصطفی کیانی-ادریس محمدی-آراس محمدی-پیام مرادی-محمود منصوری-سیده ملیحه میرصالحی-افشین مینو-حسام نادری-ابوالفضل نکومنشی-نژاد
شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی-پیمان خواجهی-مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنون-فرشید مرادی-شهرزاد معرفت-ایزدی هادی مهدی-زاده-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	حسین بصیر تر کمپور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیرمحمد کنگرانی یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه برتر	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری سیدکیان مکی	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلدا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱- فاصله زمین تا نزدیک ترین سیاره، $3 \times 10^3 \times 390$ متر است. این فاصله با استفاده از نمادگذاری علمی، در SI مطابق کدام گزینه است؟

- (۱) $3/90 \times 10^{19}$ (۲) $3/90 \times 10^{17}$
(۳) $3/9 \times 10^{18}$ (۴) $3/9 \times 10^{16}$

۴۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در واکنش ${}^1_0n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{133}_{51}\text{Sb} + {}^A_Z\text{X} + 4({}^1_0n)$ ، تعداد نوترون‌های عنصر X برابر ۵۸ است.

(۲) آب سنگین (D_2O)، یکی از مواد کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای می‌باشد.

(۳) در راکتورهای شکافت هسته‌ای، میله‌های کنترل معمولاً از مواد جذب کننده نوترون مانند گرافیت ساخته می‌شوند.

(۴) در واکنش گداخت هسته‌ای، مجموع جرم محصولات فرایند کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

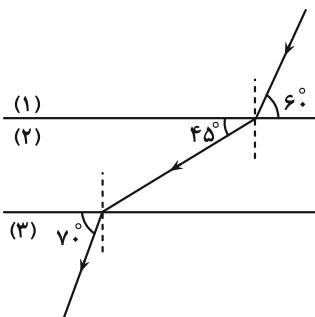
۴۳- بسامد یک موج الکترومغناطیسی $4 \times 10^8 \text{ Hz}$ می‌باشد. چه مدت زمانی برحسب میکروثانیه طول می‌کشد تا این موج مسافت

بین دو نقطه به فاصله ۶ km را در خلأ طی کند؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۵۰ (۴) ۲۰

۴۴- در شکل زیر، سطح جدایی محیط‌های شفاف (۱)، (۲) و (۳) با هم موازی‌اند. کدام رابطه بین تندی انتشار نور در محیط‌های (۱)،

(۲) و (۳) برقرار است؟



- (۱) $v_3 > v_2 > v_1$
(۲) $v_1 > v_2 > v_3$
(۳) $v_2 > v_1 > v_3$
(۴) $v_2 > v_1 > v_3$

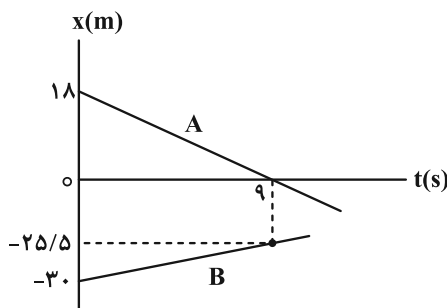
۴۵- متحرکی در حال حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، در لحظه $t = 0$ از نقطه A با تندی $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت مثبت محور x

شروع به حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظه $t = 5 \text{ s}$ در مکان $x = 200 \text{ m}$ و در بیشترین فاصله از نقطه شروع حرکت قرار داشته باشد، اندازه شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۴

۴۶- شکل زیر، نمودار مکان- زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کنند. چند ثانیه پس از این که دو متحرک

به هم می‌رسند، فاصله شان $\frac{1}{3}$ برابر فاصله اولیه دو متحرک می‌شود؟



- (۱) $3/2$ (۲) $4/8$
(۳) $5/4$ (۴) $6/4$

٤٧- گلوله‌ای به جرم 200 g از ارتفاع 20 m متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با سطح زمین، با تندی $15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف بالا برمی‌گردد. اگر نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله در طی برخورد 10 N باشد، مدت زمان برخورد بر حسب ثانیه کدام است؟
 ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

- ٠/١ (١) ٠/٣ (٢) ٠/٧ (٣) ٠/٤ (٤)

٤٨- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) اگر نیروهای وارد بر یک جسم در حال حرکت متوازن باشند، سرعت جسم ثابت می‌ماند.
 ب) اگر جسمی تحت تأثیر چند نیرو شتاب بگیرد، این شتاب با برابری نیروهای وارد بر جسم هم‌اندازه و هم‌جهت است.
 ج) اگر برابری نیروهای وارد بر یک جسم مخالف صفر باشد، جسم هرگز متوقف نمی‌شود.
 د) اگر جسمی در یک شاره قرار بگیرد و نسبت به آن ساکن باشد، از طرف شاره نیرویی به سمت بالا به آن وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند.

- ٤ (١) ٣ (٢) ٢ (٣) ١ (٤)

٤٩- در شکل زیر، شخصی با نیروی ثابت و افقی F ، صندوقی به جرم 20 kg را از حال سکون با شتاب ثابت $1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به حرکت درمی‌آورد. اگر $\mu_k = 0/3$ باشد، کار نیروی F روی صندوق در ثانیه دوم حرکت چند ژول است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ٨٠ (١)
 ١٢٠ (٢)
 ١٦٠ (٣)
 ٢٤٠ (٤)

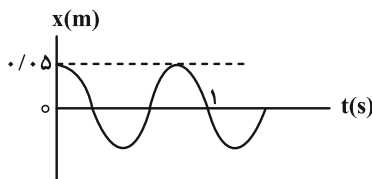
٥٠- فنری به طول 36 cm را به سقف یک آسانسور می‌بندیم و از انتهای آن وزنه 4 kg می‌کنیم. اگر ثابت فنر $400\frac{\text{N}}{\text{m}}$ و آسانسور با شتاب ثابت $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به‌طور کندشونده رو به بالا در حرکت باشد، طول فنر در این شرایط چند سانتی‌متر می‌شود؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- ٤٤ (١) ٤٦ (٢) ٤٨ (٣) ٥٠ (٤)

٥١- نسبت انرژی جنبشی یک ذره به جرم m که روی محیط دایره‌ای به شعاع R و با دوره T حرکت می‌کند، به انرژی جنبشی همان ذره وقتی روی دایره‌ای به شعاع $\frac{R}{3}$ و با دوره $2T$ حرکت می‌کند، کدام است؟

- $\frac{1}{6}$ (١) $\frac{1}{36}$ (٢) ٦ (٣) ٣٦ (٤)

٥٢- نمودار مکان- زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 0/3\text{ s}$ تا $t_2 = 1/5\text{ s}$ ، تندی متوسط نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

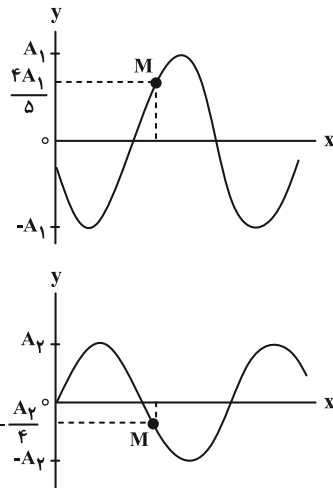


- ٥ (١)
 ٥٠ (٢)
 ٢/٥ (٣)
 ٢٥ (٤)

۵۳- نوسانگری به جرم 300g روی پاره خطی به طول 2cm ، حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر بیشترین مقدار انرژی جنبشی نوسانگر، 300 میلی ژول باشد، بسامد نوسان چند هرتز است؟ ($\pi^2 = 10$) و از اصطکاک سطح صرف نظر شود.

- (۱) $5\sqrt{5}$ (۲) 10 (۳) $10\sqrt{5}$ (۴) 5

۵۴- شکل های زیر، نمودار جابه جایی - مکان دو موج را در لحظه معینی نشان می دهند. جابه جایی بر اینند نقطه M در این لحظه مطابق کدام گزینه است؟ ($A_2 = 0.6A_1$)



- (۱) $\frac{19}{20}A_1$
 (۲) $\frac{8}{5}A_1$
 (۳) $\frac{2}{5}A_1$
 (۴) $\frac{13}{20}A_1$

۵۵- در آزمایش فوتوالکتریکی که با نوری با بسامد f انجام شده است، تابع کار فلز 3eV است. اگر بسامد نور 25% کاهش یابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها 40% درصد کاهش می یابد. بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها چند ژول است؟

- (۱) $3/125 \times 10^{-19}$ (۲) 8×10^{-19} (۳) 5 (۴) 3

۵۶- اختلاف بیشترین بسامد فوتون گسیلی در رشته بالمر ($n' = 2$) و کمترین بسامد فوتون گسیلی در رشته لیمان ($n' = 1$) در اتم

هیدروژن، چند هرتز است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $R = 0.01(\text{nm})^{-1}$)

- (۱) $1/5 \times 10^{14}$ (۲) $31/12 \times 10^{15}$ (۳) $1/5 \times 10^{15}$ (۴) $31/12 \times 10^{14}$

۵۷- الکترون اتم هیدروژن در حالت برانگیخته n قرار دارد. الکترون با جذب فوتونی با انرژی E به یک تراز بالاتر می رود و اگر

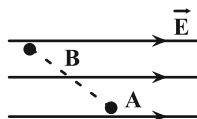
فوتونی با انرژی $\frac{81}{44}E$ تابش کند، به یک تراز پایین تر جهش می کند. در این صورت، n کدام است؟

- (۱) 5 (۲) 4 (۳) 3 (۴) 2

۵۸- نیمه عمر یک ماده پرتوزا 8 ساعت است. پس از گذشت 2 شبانه روز، چه کسری از ماده اولیه واپاشیده می شود؟

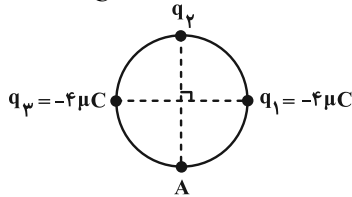
- (۱) $\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{63}{64}$ (۴) $\frac{15}{16}$

۵۹- ذره ای با بار الکتریکی $q > 0$ ، در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا نقطه B جابه جا می شود. کدام گزینه الزاماً صحیح است؟



- (۱) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره مثبت است.
 (۲) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره منفی است.
 (۳) انرژی جنبشی ذره در این جابه جایی افزایش می یابد.
 (۴) انرژی جنبشی ذره در این جابه جایی کاهش می یابد.

۶۰- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره‌ای به قطر ۲ cm ثابت شده‌اند. اگر برآیند میدان الکتریکی خالص در نقطه A صفر باشد، با حذف بار q_2 ، اندازه میدان الکتریکی برآیند در مرکز دایره چند $\frac{N}{C}$ تغییر می‌کند؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



- (۱) $18\sqrt{2} \times 10^7$
- (۲) $72\sqrt{2} \times 10^7$
- (۳) 18×10^7
- (۴) 72×10^7

۶۱- خازن تختی را که مساحت صفحات آن 60 cm^2 و 40 cm^2 است، از باتری جدا کرده و سپس ۲۰ درصد از بار صفحه مثبت آن را به صفحه منفی منتقل می‌کنیم. اگر بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن به اندازه $\frac{N}{C} 1/25 \times 10^5$ تغییر کند و انرژی ذخیره شده در خازن در

حالت ثانویه $4/5 \mu\text{J}$ باشد، فاصله بین صفحات خازن چند میلی‌متر است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$ و بین صفحات خازن هوا است.)

- (۱) ۳
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

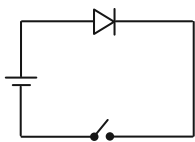
۶۲- کدام موارد زیر درست است؟

(الف) در یک نیم‌رسانا با افزایش دما، تعداد حامل‌های بار افزایش می‌یابد.

(ب) نماد ترمیستور در مدارهای الکتریکی، می‌باشد.

(پ) با افزایش شدت نور تابیده شده بر یک LDR، تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

(ت) در مدار شکل مقابل با بستن کلید، LED روشن می‌شود.

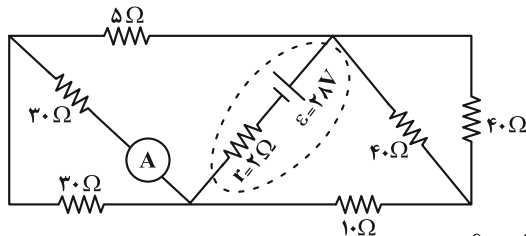


- (۱) الف، ب و ت
- (۲) ب و پ
- (۳) الف، پ و ت
- (۴) الف و پ

۶۳- دو مقاومت 3Ω و 6Ω را یک بار به‌طور متوالی و بار دوم به‌طور موازی به یک باتری با نیروی محرکه \mathcal{E} و مقاومت درونی r می‌بندیم. اگر توان خروجی باتری در حالت دوم، $\frac{200}{81}$ برابر توان خروجی باتری در حالت اول باشد، مقاومت درونی باتری (r) چند اهم است؟

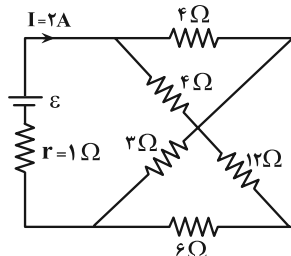
- (۱) $0/5$
- (۲) ۱
- (۳) $1/5$
- (۴) ۲

۶۴- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



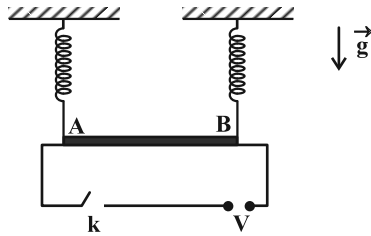
- (۱) $0/4$
- (۲) $1/2$
- (۳) $0/8$
- (۴) $0/6$

۶۵- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟



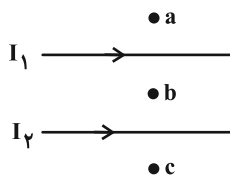
- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰

۶۶- میله نازک افقی AB توسط دو نیروسنج فنری آویزان شده است و میدان مغناطیسی یکنواخت $0.5T$ از جنوب به شمال برقرار است. وقتی کلید k باز است، هر نیروسنج مقدار 5 نیوتون و هنگامی که کلید k بسته است، هر نیروسنج مقدار 3 نیوتون را نشان می‌دهد. اگر مقاومت ویژه میله $2 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$ و سطح مقطع آن 4 mm^2 باشد، اختلاف پتانسیل V چند ولت و علامت اختلاف پتانسیل A و B ($V_A - V_B$) کدام است؟



- (۱) ۲ ولت و مثبت
- (۲) ۴ ولت و مثبت
- (۳) ۲ ولت و منفی
- (۴) ۴ ولت و منفی

۶۷- جهت میدان مغناطیسی برآیند (خالص) ناشی از سیم‌های موازی و بلند حامل جریان‌های I_1 و I_2 در نقاط a، b، c در شکل زیر به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ ($I_2 > I_1$ و نقطه b وسط فاصله دو سیم است.)



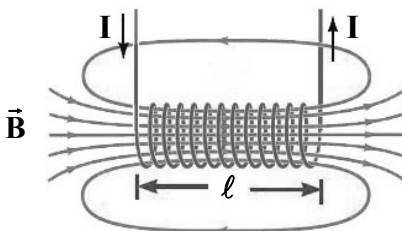
- (۱) برون‌سو- درون‌سو- برون‌سو
- (۲) برون‌سو- برون‌سو- درون‌سو
- (۳) درون‌سو- برون‌سو- درون‌سو
- (۴) برون‌سو- درون‌سو- درون‌سو

۶۸- در یک پیچه که شامل 50 حلقه است، میدان مغناطیسی با آهنگ ثابت $0.3 \frac{T}{s}$ تغییر می‌کند. اگر مساحت پیچه 500 cm^2 بوده و میدان مغناطیسی بر سطح حلقه عمود باشد، بزرگی نیروی محرکه القایی چند ولت است؟

- (۱) 0.75
- (۲) صفر
- (۳) 75
- (۴) 7.5

۶۹- مساحت هر حلقه و طول سیملوله شکل زیر، به ترتیب 20 cm^2 و 60 cm است. اگر این سیملوله از 1000 حلقه نزدیک به هم تشکیل شده باشد و انرژی ذخیره شده در میدان آن $0.2 J$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، جریان عبوری از آن چند آمپر و

میدان مغناطیسی روی محور مرکزی آن چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)



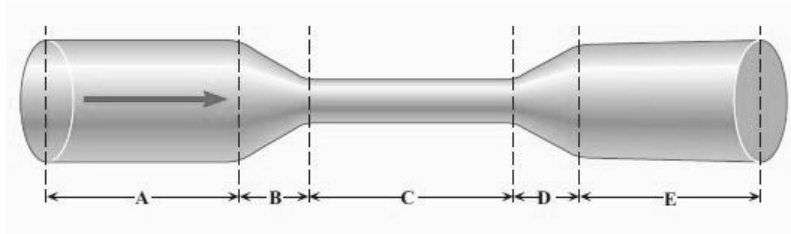
- (۱) $10, 0.2$
- (۲) $10, 200$
- (۳) $20, 0.4$
- (۴) $20, 400$

۷۰- در داخل یک مخزن خالی، مقدار معینی مایع به چگالی ρ ریخته‌ایم، به طوری که فشار کل در ته ظرف 11 برابر فشار ناشی از ستون مایع در ته ظرف است. ارتفاع مایع داخل مخزن را افزایش می‌دهیم تا فشار کل در ته ظرف 4 درصد افزایش یابد. اگر مجموع ارتفاع

مایع در حالت اول و دوم 122 سانتی‌متر باشد، ارتفاع اولیه مایع درون مخزن چند سانتی‌متر است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) 50
- (۲) 52
- (۳) 60
- (۴) 62

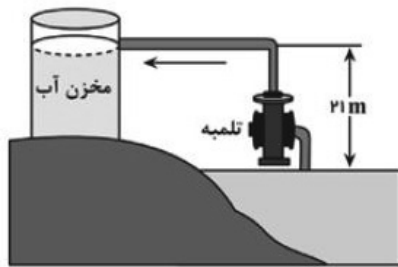
۷۱- مطابق شکل زیر که جریان یکنواخت و لایه ای آب در داخل لوله‌ای با سطح مقطع متغیر در طول آن را نشان می‌دهد، چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟



الف) در قسمت D، تندی آب در حال افزایش است.
 ب) تندی آب در قسمت E کوچک‌تر از تندی آب در قسمت C است.
 پ) در مدت زمان ۱s، مقدار آب عبوری از قسمت A بیشتر از مقدار آب عبوری از قسمت B است.

ت) فشار آب در قسمت C کمتر از فشار آب در قسمت A است.
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

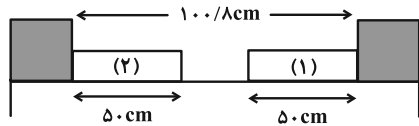
۷۲- در شکل زیر، تلمبه‌ای برقی که بازده و توان ورودی آن به ترتیب ۷۰ درصد و ۲ کیلووات است، در هر دقیقه چند لیتر آب با



چگالی $1000 \frac{kg}{m^3}$ را می‌تواند با تندی ثابت وارد مخزن کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)
 (۱) ۴۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۱۵۰۰

۷۳- دو میله فلزی (۱) و (۲) با دمای $34/5^\circ F$ بین دو دیواره ثابت قرار دارند. دمای دو میله را چند کلوین بالا ببریم تا فاصله دو میله

از یکدیگر نسبت به قبل نصف گردد؟ ($\alpha_1 = 1/3 \times 10^{-5} \frac{1}{F}$ و $\alpha_2 = 2/7 \times 10^{-5} \frac{1}{F}$)



(۱) ۲۰۰ (۲) ۲۵۰ (۳) $\frac{1250}{9}$ (۴) $\frac{1000}{9}$

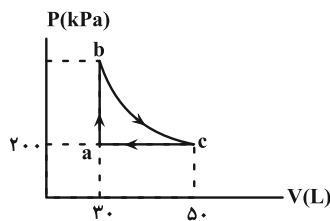
۷۴- درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $252 \frac{J}{K}$ ، ۵۰۰ گرم آب با دمای $5^\circ C$ قرار دارد. اگر ۸۰۰ گرم آب با دمای $39^\circ C$ داخل گرماسنج بریزیم، پس

از رسیدن به تعادل گرمایی، دمای تعادل چند درجه فارنهایت خواهد شد؟ (از مبادله گرما با خارج مجموعه صرف‌نظر شود و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}$)

(۱) ۲۵ (۲) ۷۷ (۳) ۵ (۴) ۴۱

۷۵- نمودار P-V گازی داخل یک استوانه که چرخه‌ای را طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. فرایند bc یک فرایند بی‌دررو است و

کار کل انجام شده در این چرخه چند ژول است؟



(۱) ۲۰۰۰ (۲) -۲۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) -۴۰۰۰

شیمی

۷۶- کدام مطلب درست است؟

- ۱) درصد فراوانی عنصرهای تناوب اول جدول دوره‌ای عنصرها همانند درصد فراوانی عنصر گوگرد در سیاره مشتری نسبت به زمین بیشتر است.
- ۲) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در رادیوایزوتوپ مورد استفاده در تصویربرداری از غده تیروئید بیشتر از ۱/۵ است.
- ۳) نماد شیمیایی ۲۵ درصد از عنصرهای فلزی دوره چهارم جدول دوره‌ای با حرف C آغاز می‌شود و در اتم همه آن‌ها حداقل ۷ الکترون با $I = 0$ وجود دارد.

۴) گلوکز نشان‌دار همانند گلوکز طبیعی به همراه جریان خون در سراسر بدن و قسمت‌های مختلف توزیع می‌شود.

۷۷- اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم ${}^A X$ برابر ۱۰ باشد، کدام یک از موارد زیر درباره عنصر X درست است؟

الف) چهار لایه اتم آن از الکترون پر شده است.

ب) می‌تواند در واکنش با آلکن‌ها، آن‌ها را کاملاً سیر کند.

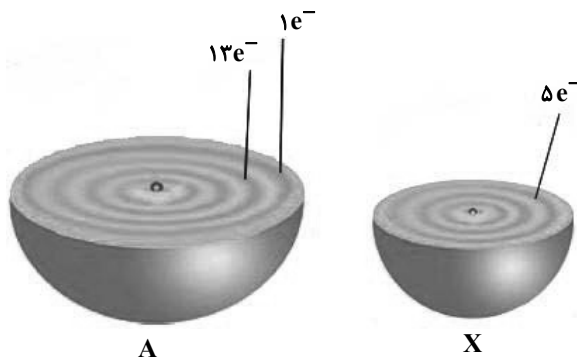
پ) عناصر هم‌گروه آن می‌توانند در دمای اتاق، به هر سه حالت فیزیکی یافت شوند.

ت) شمار نوترون‌های اتم آن با شمار نوترون‌های اتم ${}^{46}_{41}D$ برابر است.

- ۱) ب، پ (۲) الف، ت (۳) ب، ت (۴) الف، ب

۷۸- با توجه به شکل‌های زیر که برشی از اتم عنصرهای A و X را نشان می‌دهد، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه

به ترتیب از راست به چپ آمده است؟



• مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت برای اتم A برابر ۲۹ است.

• اتم X نافلزی کدر است و برای نگهداری آن حتماً باید زیر آب نگه‌داشته شود.

• فلزی است که می‌تواند در واکنش با اکسیژن و نیتروژن، ترکیباتی با فرمول شیمیایی AO و AN تشکیل دهد.

• در یون ${}^{X}O_3^{-}$ فقط نقش اکسنده دارد و فاقد خاصیت کاهندگی است.

۱) درست، درست، درست، درست (۲) نادرست، درست، نادرست، درست

۳) درست، نادرست، درست، نادرست (۴) نادرست، نادرست، نادرست، نادرست

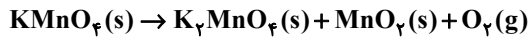
۷۹- در کدام واکنش زیر، تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده با ضرایب استوکیومتری مواد فراورده پس از

موازنه، کمترین است؟

- a) $HClO_4 + NaOH \rightarrow ClO_4 + NaCl + H_2O$
- b) $NaI + NaIO_3 + H_2SO_4 \rightarrow I_2 + Na_2SO_4 + H_2O$
- c) $NH_4ClO_4 + Al \rightarrow Al_2O_3 + AlCl_3 + H_2O + N_2$
- d) $Ca_3(PO_4)_2 + Cl_2 + CO \rightarrow POCl_3 + CaCO_3$

- ۱) a (۲) b (۳) c (۴) d

۸۰- ۱۵۸ گرم پتاسیم پرمنگنات را حرارت می‌دهیم تا مطابق واکنش موازنه نشده زیر به طور کامل تجزیه شود. چند لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود و اگر دمای این مقدار گاز را 182°C و فشار آن را ۴ اتمسفر افزایش دهیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟ ($\text{Mn} = 55, \text{K} = 39, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) $\frac{1}{3}, 11/2$ (۲) $\frac{2}{3}, 5/6$ (۳) $\frac{2}{3}, 11/2$ (۴) $\frac{1}{3}, 5/6$

۸۱- کدام موارد برای کامل کردن عبارت زیر مناسب است؟

«در مولکول ، مولکول ، اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی است و نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی در این مولکول برابر با است.»

(الف) SO_2Cl_2 ، برخلاف ، O_3 ، فاقد ، ۴ (ب) POF_3 ، مانند ، HCN ، فاقد ، ۳
 (پ) SO_3 ، برخلاف ، NO_2Cl ، دارای ، ۲ (ت) COF_2 ، مانند ، CHCl_3 ، فاقد ، ۲
 (۱) الف و ب (۲) پ و ت (۳) الف و پ (۴) ب و ت

۸۲- درستی یا نادرستی کدام عبارت با سایر عبارتها متفاوت است؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) استون نوعی حلال قطبی بوده و توانایی پاک کردن لکه‌های چربی را دارد.

(۲) تغییر غلظت محلول اتانول هیچ تاثیری بر رسانایی آن ندارد.

(۳) در ساختار یخ هر اتم اکسیژن توانایی پیوند با ۴ اتم هیدروژن، با ۲ نوع پیوند متفاوت را دارد.

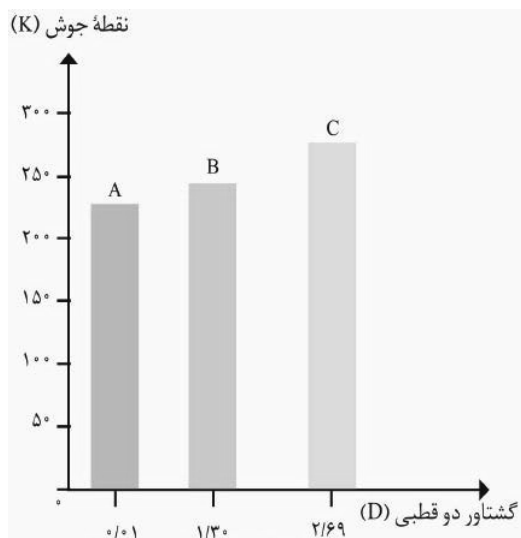
(۴) در نیم لیتر محلول ۲ مولار استیک اسید، ۵۸ گرم از این اسید وجود دارد.

۸۳- معادله انحلال پذیری نمکی به صورت $S = 0/4\theta + 80$ می‌باشد. درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در دمای ۳۲۳ کلین کدام

است و هرگاه ۵۰۰ گرم محلول سیرشده آن از دمای 50°C تا دمای 20°C سرد شود، چند گرم نمک رسوب خواهد کرد؟

(۱) ۳۶ ، ۵۰ (۲) ۱۲/۵ ، ۲۵ (۳) ۳۰ ، ۵۰ (۴) ۲۰ ، ۲۵

۸۴- با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب نادرست است؟ (جرم مولی هر سه ماده آلی A ، B و C به یکدیگر نزدیک است.)



(۱) مخلوط ماده A و بنزین برخلاف مخلوط ید در هگزان یک مخلوط ناهمگن است.

(۲) ماده C نمی‌تواند متان یا هگزان باشد.

(۳) قدرت نیروی بین مولکولی در سه ماده به صورت $C > B > A$ است.

(۴) A و B در دمای اتاق گازی شکل هستند.

۸۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در هر دوره از عناصر دسته p، نافلزی که بیشترین شعاع اتمی را دارد، می‌تواند با تشکیل آنیون به آرایش گاز نجیب بعدی خود برسد.
 (۲) در بین عناصر هم‌دوره با هالوزن‌هایی با اعداد اتمی ۳۵ و ۵۳، حداکثر دو عنصر شبه‌فلزی یافت می‌شود.
 (۳) شمار عناصر فلزی موجود در ۴ دوره اول جدول تناوبی، ۳ برابر شمار عناصری از دسته p هستند که فرمول مولکولی عنصر آزاد آن‌ها به صورت X_2 می‌باشد.

(۴) اگر یک عنصر دارای رسانایی الکتریکی بالایی باشد، عنصر پایین‌تر از آن در همان گروه نیز، می‌تواند رسانایی الکتریکی بالایی داشته باشد.
 ۸۶- در جدول زیر، شعاع اتمی و شعاع یون‌های پایدار ۴ عنصر دوره سوم جدول تناوبی آورده شده است. با توجه به آن، کدام موارد

عنصر	A	B	C	D
شعاع اتمی	۱۶۰	۱۰۸	۱۴۳	۹۹
شعاع یونی	۷۲	۲۱۲	۵۳/۵	۱۸۱

از مطالب داده شده نادرست هستند؟

- الف) واکنش‌پذیری عنصر D از B و واکنش‌پذیری عنصر A از C بیشتر است.
 ب) عنصرهای B و D در دما و فشار اتاق می‌توانند حالت‌های فیزیکی متفاوتی داشته باشند.

پ) شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر B از عنصرهای A و D بیشتر است.

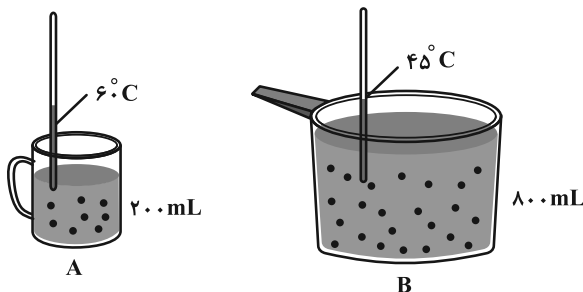
ت) عنصرهای A و B به یک دسته از جدول تعلق دارند.

- (۱) الف و ب (۲) پ و ت (۳) ب و ت (۴) الف و پ

۸۷- کدام مطلب درست است؟

- (۱) فعال‌ترین نافلز هم‌دوره با عنصر تیتانیم، در دمای ۴۷۴K با گاز هیدروژن وارد واکنش می‌شود.
 (۲) در برج تقطیر، سینی مربوط به گازوئیل، بالاتر از سینی مربوط به نفت سفید است.
 (۳) در بین عناصر واسطه دوره چهارم، عنصر واسطه‌ای که ۳ زیرلایه با ۶ الکترون دارد، فلزی محکم است و در هوای مرطوب، به سرعت با گاز اکسیژن وارد واکنش می‌شود.

(۴) در میان ۶ دوره اول جدول دوره‌ای، اختلاف عدد اتمی عنصری که بیشترین خاصیت شیمیایی نافلزی را دارد و عنصری که بیشترین خاصیت شیمیایی فلزی را دارد، برابر ۴۵ است.



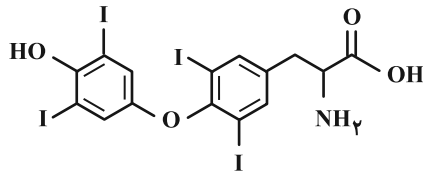
۸۸- با توجه به شکل‌های زیر، کدام مطلب درست است؟

- (۱) میانگین انرژی جنبشی دو ظرف یکسان است.
 (۲) آب درون ظرف B نسبت به ظرف A، گرم‌تر است.
 (۳) انرژی گرمایی ظرف A بیشتر از ظرف B است.
 (۴) اگر دو ظرف با هم مخلوط شوند، میانگین تندی مولکول‌های آب درون ظرف A، کاهش می‌یابد.

۸۹- اگر یک ماهی قزل‌آلا حاوی ۳٪ کربوهیدرات، ۵٪ چربی و ۱۷٪ پروتئین باشد، با خوردن یک ماهی ۳۰۰ گرمی، چند کیلوژول انرژی به بدن می‌رسد؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات و چربی و پروتئین به ترتیب ۱۷، ۳۸ و ۱۷ کیلوژول بر گرم است.)

- (۱) ۵۳۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۱۶۲۰ (۴) ۱۵۹۰

۹۰- در مراکز درمانی برای درمان کم کاری تیروئید از دارویی به نام لووتیروکسین استفاده می‌شود. با توجه به ساختار آن کدام موارد



از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) دارای گروه عاملی آمیدی، اتری و کربوکسیل است.

ب) هر مولکول آن در واکنش با ۶ گرم گاز هیدروژن به ترکیبی سیرشده

تبدیل می‌شود.

پ) شمار اتم‌های هالوژن موجود در آن با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار مولکول اتیل بوتانوات برابر است.

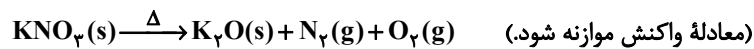
ت) فرمول مولکولی آن $C_{15}H_{11}NO_4I_4$ می‌باشد و همانند کلسترول دارای یک گروه عاملی هیدروکسیل است.

(۱) الف و ب (۲) ب و ت (۳) پ و ت (۴) الف و پ

۹۱- مقداری پتاسیم نیترات خالص را حرارت داده تا مطابق واکنش زیر تجزیه شود. اگر پس از گذشت ۵ دقیقه همه واکنش‌دهنده

مصرف شده و حجم گاز جمع‌آوری شده در شرایط STP، برابر ۱۹/۶ لیتر باشد، سرعت متوسط تولید اکسیژن چند $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$

است و جرم جامد باقی‌مانده چند گرم خواهد بود؟ ($K = 39, N = 14, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۴) ۲۳/۵ ، ۰/۱۲۵

(۳) ۲۳/۵ ، ۰/۰۶۲۵

(۲) ۴۷ ، ۰/۰۶۲۵

(۱) ۴۷ ، ۰/۱۲۵

۹۲- کدام موارد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

الف) در ساختار هر واحد تکرارشونده پلیمری که در تهیه پتو به کار می‌رود، برخلاف ساختار کلسترول تمامی پیوندهای اشتراکی، یگانه هستند.

ب) پلی‌اتن کدر برای ساخت درب بطری‌های آب معدنی مناسب‌تر از پلی‌اتن شفاف است.

پ) از پلی‌استیرن می‌توان برای تهیه عایق گرما در دستگاه اندازه‌گیری مستقیم ΔH فرایندهای انحلال استفاده کرد.

ت) جرم مولی یک پلیمر همواره برابر با مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن است.

(۱) الف ، ب (۲) ب ، پ (۳) پ ، ت (۴) الف ، ت

۹۳- واکنش انجام شده بین ۵/۸ گرم از یک کربوکسیلیک اسید زنجیری سیرشده یک عاملی با مقدار کافی از یک الکل زنجیری سیرشده

یک عاملی با بازده درصدی ۶۰٪ منجر به تولید ۵۴/۰ گرم آب شده است. نسبت جرمی کربن به اکسیژن در این اسید کدام است؟

(۴) ۲/۲۵

(۳) ۱/۸۸

(۲) ۱/۵۰

(۱) ۱/۱۲

۹۴- براساس یافته‌های تجربی، کدام یک از شرایط برای تبدیل مولکول‌های نشاسته به مونومرهای سازنده الزامی است؟

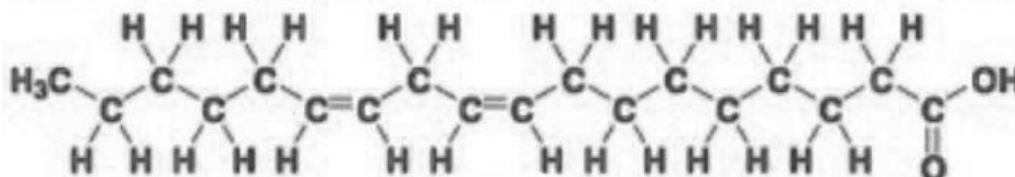
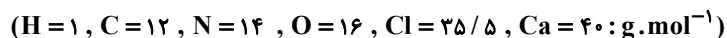
(۴) وجود آنزیم‌ها

(۳) وجود کاتالیزگر

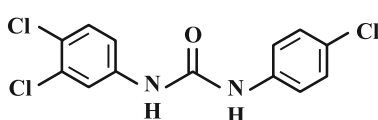
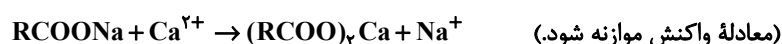
(۲) دمای بالا

(۱) رطوبت

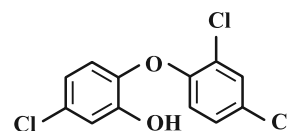
۹۵- یک قطعه ۰.۸/۸۷ گرمی متشکل از صابون جامد تهیه شده از لینولئیک اسید با ساختار زیر و ۰.۰۴ مول تریکلوزان (ماده شیمیایی کلردار با خاصیت ضد میکروبی) را به مقدار زیادی آب سخت حاوی یون کلسیم اضافه می‌شود. اگر ۸۰٪ از صابون جامد با یون کلسیم موجود در آب سخت واکنش داده و ۵۹/۸ گرم رسوب تشکیل دهد، کدام یک از ساختارهای زیر را می‌توان به تریکلوزان نسبت داد؟ (تریکلوزان با آب سخت واکنش نمی‌دهد).



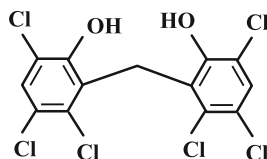
لینولئیک اسید



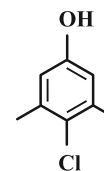
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۹۶- محلول‌هایی از هیدروسیانیک اسید و استیک اسید با غلظت برابر، در دمای اتاق در اختیار است. چه تعداد از مقایسه‌های زیر

در رابطه با محلول دو اسید درست است؟

• pH محلول: $CH_3COOH < HCN$

• K_a محلول: $HCN < CH_3COOH$

• $[H_3O^+] : HCN < CH_3COOH$

• شمار مولکول‌های یونیده نشده: $HCN < CH_3COOH$

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۹۷- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) مدل آرنیوس می‌تواند غلظت یون هیدرونیوم را در محلول‌های آبی جداگانه‌ای از HCN و $NaOH$ (با غلظت و دمای یکسان) مقایسه کند.

(۲) اسیدها را بر مبنای میزان یونش در آب در دمای معین به دو دسته قوی و ضعیف تقسیم می‌کنند.

(۳) مدل آرنیوس نمی‌تواند شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول یک اسید را با شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول یک باز به‌طور دقیق

پیش‌بینی و مقایسه کند.

(۴) در ساختار همه بازهای آرنیوس، حداقل یک اتم هیدروژن یا اکسیژن وجود دارد.

۹۸- از انحلال $10^{-4} \times 25$ گرم از یک اسید (HX) در مقداری آب به حجم ۲۰۰ میلی لیتر، محلولی به دست آمده است که دستگاه pH سنج مقدار pH آن را با عدد ۴ گزارش کرده است. اگر K_a این اسید برابر 10^{-4} باشد، جرم مولی این اسید کدام است؟ (از تغییر حجم چشم پوشی شود).

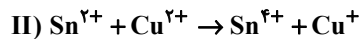
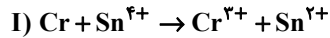
۸۸ (۴)

۴۴ (۳)

۱۰۸ (۲)

۱۷۶ (۱)

۹۹- با توجه به واکنش‌های زیر پس از موازنه، کدام گزینه درست است؟ (واکنش‌های I و II به طور طبیعی انجام می‌پذیرند).



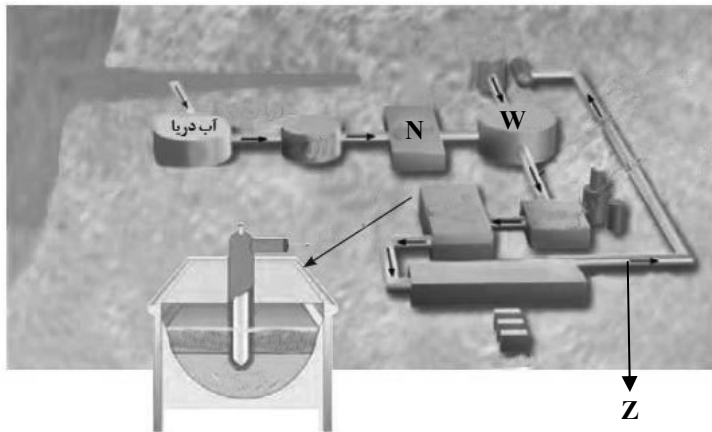
(۱) ضریب استوکیومتری گونه اکسند در واکنش (I)، سه برابر ضریب استوکیومتری گونه کاهنده در واکنش (II) است.

(۲) مجموع ضریب استوکیومتری گونه‌ها در واکنش (I)، $2/5$ برابر ضریب گونه اکسند در واکنش (II) است.

(۳) قدرت کاهندگی گونه کاهنده در واکنش (II)، از قدرت کاهندگی گونه کاهنده در واکنش (I) بیشتر است.

(۴) ضرایب استوکیومتری گونه کاهنده در واکنش‌های (I) و (II) برابر است.

۱۰۰- با توجه به شکل که فرایند تهیه منیزیم از آب دریا را نمایش می‌دهد، کدام موارد نادرست است؟



الف) گاز Z حاصل نیم‌واکنش

آندی $2Cl^{-}(aq) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^{-}$ می‌باشد.

ب) در مخزن N، رسوب را جدا می‌کنند و

محلول صاف شده را آماده ادامه فرایند می‌کنند.

پ) در مخزن W، منیزیم کلرید مذاب تولید

می‌شود.

ت) برخلاف فرایند هال، فلز تولید شده چگالی

کمتری نسبت به الکترولیت خود دارد.

(۲) الف و ت

(۴) ب و ت

(۱) الف و پ

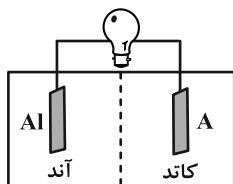
(۳) ب و پ

۱۰۱- در سلول نشان داده شده، کدام الکترود باشد تا واکنش در جهت طبیعی پیشرفت کند و به ازای مبادله $9/632 \times 10^{23}$ الکترون، تغییر جرم تیغه کاتدی برابر چند گرم خواهد بود؟ (همه فلز رسوب کرده بر روی الکترود کاتد می‌نشیند).

$$(Mg = 12, Ti = 48, Zn = 65, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1})$$

$$E^{\circ}(Al^{3+} / Al) = -1/66V, \quad E^{\circ}(Mg^{2+} / Mg) = -2/37V, \quad E^{\circ}(Ti^{2+} / Ti) = -1/63V$$

$$E^{\circ}(Ag^{+} / Ag) = +0/8V, \quad E^{\circ}(Zn^{2+} / Zn) = -0/76V$$



(۲) تیتانیم، $34/8$

(۴) نقره، $182/8$

(۱) منیزیم، $19/2$

(۳) روی، 52

۱۰۲- چه تعداد از ویژگی‌های زیر در گرافیت بیشتر از الماس است؟

- | | | |
|--------------------|-------------------------------|-----------------------|
| • رسانایی الکتریکی | • تعداد اتم کربن در حجم یکسان | • مقدار آنتالپی سوختن |
| • پایداری | • طول پیوند کربن-کربن | • سختی |
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) |
| | | ۴ (۴) |

۱۰۳- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) تفاوت آنتالپی فروپاشی کلسیم اکسید و لیتیم کلرید بیشتر از این تفاوت در منیزیم اکسید و سدیم برمید است.

(۲) چگالی بار یون پایدار A^{2+} بیشتر از چگالی بار یون پایدار B^{2+} است.

(۳) محلول $NaVO_3$ همانند رنگ شعله نمک Na_2SO_4 ، زرد رنگ است.

(۴) عدد کوئوردیناسیون کاتیون با آنیون در بلور سدیم کلرید با هم برابر و شعاع آنیون کلرید از شعاع کاتیون سدیم بزرگ‌تر است.

۱۰۴- مقداری کلسیم کربنات را در یک ظرف دربسته پنج لیتری تا برقراری تعادل: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ حرارت می‌دهیم. اگر کلسیم اکسید موجود در مخلوط تعادلی بتواند ۲ لیتر محلول HCl با $pH = 1/7$ را به‌طور کامل خنثی کند، ثابت

تعادل واکنش تعادلی کدام است؟

- | | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| (۱) 2×10^{-2} | (۲) 8×10^{-3} | (۳) 4×10^{-3} | (۴) 5×10^{-2} |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|

۱۰۵- کدام موارد از مطالب زیر درباره پارازایلین به درستی بیان شده است؟

(الف) مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی آن، با مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی نفتالن برابر است.

(ب) عدد اکسایش ۲۵٪ از اتم‌های کربن در آن با عدد اکسایش اتم کربن در $\begin{array}{c} :O: \\ || \\ H-C-H \end{array}$ برابر است.

(پ) هر مول از آن برای تبدیل شدن به یکی از مونومرهای سازنده PET، ۱۲ مول الکترون به دست می‌آورد.

(ت) در حضور محلول پتاسیم پرمنگنات غلیظ، به ترکیبی تبدیل می‌شود که شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی آن، ۲ برابر تفاوت

شمار اتم‌های کربن و اکسیژن است.

- | | | | |
|-------------|-------------|-----------|-----------|
| (۱) الف و پ | (۲) الف و ب | (۳) پ و ت | (۴) ب و ت |
|-------------|-------------|-----------|-----------|



آزمون ۳۰ خرداد ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلاالی-امیرحسین افشار-بهمن امیدی-علی آزاد-داود بوالحسنی-سعید تن آرا-محمدابراهیم نوزنده-جانمی روح اله حسینی-طاهر دادستانی-محمد زنگنه-علی سلامت-حمید علیزاده-حامد قاسمیان-کیان کریمی-خراسانی محمد گودرزی-مهسان گودرزی-مهدی نعمتی	ریاضی پایه و حسابان ۲	
عباس الهی-علی ایمانی-روح اله حسینی-افشین خاصه-خان-محمد خندان-علیرضا شریف خطیبی-احمدرضا فلاح نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند بهنام شاهینی-معصومه شریعت ناصری-مصطفی کیانی-ادریس محمدی-آراس محمدی-پیام مرادی محمود منصوری-سیده ملیحه میرصالحی-افشین مینو-حسام نادری-ابوالفضل نکومنتشی نژاد	فیزیک	
محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی پیمان خواجوی مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی زواره محمد عظیمیان زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونئی-فرشید مرادی-شهرزاد معرفت ایزدی هادی مهدی زاده-امین نوروزی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیرمحمد کنگرانی یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه برتر	سیدسپهر متولیان	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تیریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار-احسان میرزینلی-فرشته کمبرانی-مهسا محمدنیا	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری سیدکیان مکی	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری	

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



ریاضیات

گزینه «۳»

(روح اله مستی)

داریم:

$$\begin{cases} \frac{8-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{12+4\sqrt{2}}{2} = 6+2\sqrt{2} \\ \frac{20+14\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{12+8\sqrt{2}}{2} = 6+4\sqrt{2} = (2+\sqrt{2})^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = 6+2\sqrt{2} - \sqrt{(2+\sqrt{2})^2} = 6+2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow B - 4 = \sqrt{2} \Rightarrow (B-4)^2 = 2 \Rightarrow B^2 - 8B + 16 = 2$$

$$\Rightarrow B^2 - 8B = -14$$

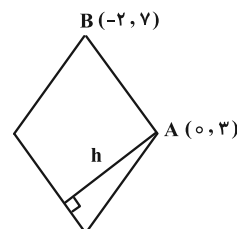
(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

گزینه «۳»

(مهری نعمتی)

طبق فرض، طول ضلع لوزی برابر است با:

$$a = AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (7-3)^2} = 2\sqrt{5}$$



مطابق شکل، فاصله نقطه A تا خط $y+2x+7=0$ برابر با طول ارتفاع

$$h = \frac{|3+7|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

لوزی است:

$$S = a \times h = 2\sqrt{5} \times \frac{10}{\sqrt{5}} = 20$$

در نتیجه مساحت لوزی برابر است با: ۲۰

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

گزینه «۴»

(علی سلامت)

اگر α و β جواب‌های این معادله باشند آن‌گاه طبق فرض:

$$(m-1)x^2 - (m+1)x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{m+1}{m-1} \\ \alpha\beta = \frac{1}{m-1} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + 1 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 1 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 - \frac{2}{m-1} + 1 = m+1 \frac{\alpha(m-1)^2}{\alpha\beta}$$

$$m^2 + 2m + 1 - 2m + 2 + m^2 - 2m + 1 = (m+1)(m^2 - 2m + 1)$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 2m + 4 = m^2 - 2m^2 + m + m^2 - 2m + 1$$

$$\Rightarrow m^2 - 3m^2 + m - 3 = 0 \Rightarrow m^2(m-3) + m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m^2+1) = 0 \Rightarrow m = 3$$

در نتیجه حاصل ضرب جواب‌های معادله برابر است با:

$$\alpha\beta = \frac{1}{m-1} = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۸ و ۹)

گزینه «۱»

(علی آزار)

برای آن‌که عبارت رادیکالی داده شده به ازای تمام مقادیر X، یک عدد حقیقی باشد، می‌بایست عبارت درجه دوم زیر رادیکال (با فرجه ۲) نامنفی باشد، پس $\Delta \leq 0$ و $m+1 > 0$ و همچنین $m \geq 0$:

$$m \geq 0 \quad (1)$$

$$m+1 > 0 \Rightarrow m > -1 \quad (2)$$

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow \Delta = (-\sqrt{m})^2 - 4(m+1)(-m) \leq 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 4m \leq 0 \Rightarrow m(4m+4) \leq 0 \Rightarrow -\frac{5}{4} \leq m \leq 0 \quad (3)$$

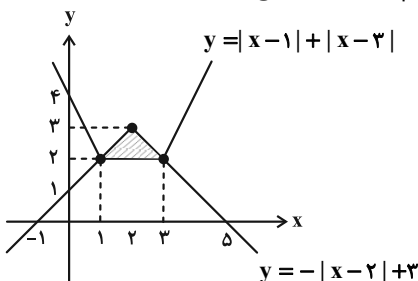
اشتراک روابط ۱، ۲ و ۳ نتیجه می‌دهد که فقط مقدار $m = 0$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

گزینه «۴»

(امیرمسین اخشار)

با رسم نمودارهای دو تابع، ناحیه محصور مشخص می‌شود.



ناحیه محدود به دو نمودار، یک مثلث است که مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

گزینه «۳»

(ممنرد گورزی)

از فرض $\alpha > m > 0$ نتیجه می‌گیریم: $\alpha + m^2 > 0$ و $\alpha^2 + m > 0$ اکنون دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم و جواب معادله را به دست می‌آوریم:

$$x + m^2 = \sqrt{x^2 + m} \Rightarrow x^2 + 2m^2x + m^4 = x^2 + m$$

$$\Rightarrow 2m^2x = m - m^4 \xrightarrow{+m} 2mx = 1 - m^3$$

$$\Rightarrow x = \frac{1-m^3}{2m}$$

بنابراین معادله تنها جواب $\alpha = \frac{1-m^3}{2m}$ را دارد و باید $\alpha > m > 0$ باشد:

$$\alpha > m \Rightarrow \frac{1-m^3}{2m} > m \xrightarrow{m>0} 1-m^3 > 2m^2$$

$$\Rightarrow m^3 + 2m^2 - 1 < 0 \Rightarrow m^3 + m^2 + m^2 - 1 < 0$$



$$\Rightarrow \log\left(\frac{2}{5}\right)^t = \log 10^{-6} \Rightarrow t(\log 2 - \log 5) = -6$$

$$\Rightarrow t = \frac{-6}{\log 2 - \log 5} = \frac{-6}{\log \frac{2}{5}} = 15 \text{ روز}$$

توجه:

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2 \approx 1 - 0.3 = 0.7$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۱- گزینه «۱» (مفسر کورزی)

با توجه به نمودار، $f(1) = 1$ ، $f(3) = 5$ و $b > 1$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} f(1) = 1 \Rightarrow a \log_b 1 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \\ f(3) = 5 \Rightarrow a \log_b 3 + 1 = 5 \Rightarrow \log_b 3^a = 4 \Rightarrow 3^a = b^4 \end{cases}$$

طبق فرض $f(3^a) < 8$ ، بنابراین $f(b^4) < 8$ ، یعنی:

$$a \log_b b^4 + 1 < 8 \Rightarrow 4a + 1 < 8 \Rightarrow 4a < 7 \Rightarrow a < \frac{7}{4} \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a = 1$$

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = f\left(\frac{1}{b}\right) = 1 \times \log_b \frac{1}{b} + 1 = (-1) + 1 = 0$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۵)

۱-۱ گزینه «۲» (بومن امیری)

عبارت مثلثاتی مورد نظر را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$A = \sin \frac{33\pi}{8} \cdot \sin \frac{11\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}$$

$$A = \sin\left(\frac{33\pi + \pi}{8}\right) \sin\left(\frac{12\pi - \pi}{8}\right) + \frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$A = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{11\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{4}$$

$$A = \sin \frac{\pi}{8} \left(-\cos \frac{\pi}{8}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{4}$$

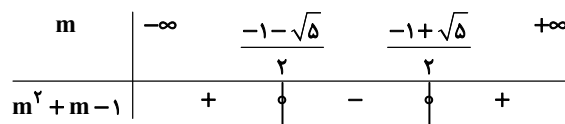
$$A = -\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{توجه: } \begin{cases} \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \\ \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta \end{cases}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

$$\Rightarrow m^2(m+1) + (m+1)(m-1) < 0 \Rightarrow \overbrace{(m+1)}^{\text{مثبت}}(m^2 + m - 1) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 1 < 0$$



$$\Rightarrow m \in \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

چون $m > 0$ ، نتیجه می‌گیریم $m \in \left(0, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

(مسئله ۱- فیبر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۷- گزینه «۴» (مفسر زنگنه)

از $g^{-1}(f(a)) = 3$ نتیجه می‌شود $f(a) = g(3)$ ، پس طبق فرض:

$$(3, -2) \in g \Rightarrow f(a) = -2$$

مقادیر تابع f به ازای $x \geq 0$ ، نامنفی و به ازای $x < 0$ ، منفی است. پس

از $f(a) = -2$ نتیجه می‌شود که $a < 0$ و داریم:

$$f(a) = -\sqrt{-a} = -2 \Rightarrow a = -4$$

$$f\left(1 - \frac{a}{4}\right) = f(3) = \sqrt{3} \quad \text{در نتیجه:}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۳ و ۶۷)

۸- گزینه «۲» (کلاطم اهلای)

$$f(f(x)) = f(x) - 3[f(x)]$$

ابتدا توجه کنید که:

می‌دانیم به ازای $k \in \mathbb{Z}$ داریم $[x+k] = [x] + k$ ، پس:

$$f(f(x)) = (x - 3[x]) - 3[x - 3[x]]$$

$$= x - 3[x] - 3[x] + 9[x] = x + 3[x]$$

$$f(f(x)) - x = 3[x]$$

در نتیجه:

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

۹- گزینه «۲» (مفسر علینزاده)

چون هر روز ۶۰ درصد از داروی مانده در بدن نوزاد دفع می‌شود بنابراین

مقدار مانده در هر روز ۴۰ درصد است. پس:

$$m(t) = m\left(\frac{40}{100}\right)^t \Rightarrow 75 \times 10^{-7} = 7 / 5 \left(\frac{2}{5}\right)^t$$

$$\Rightarrow \frac{75 \times 10^{-7}}{7/5} = \left(\frac{2}{5}\right)^t \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^t = 10^{-6}$$



با فرض هر دو حالت داریم:

$$f\left(\frac{13}{18}\right) = 3 \sin\left(3\pi\left(\frac{13}{18}\right)\right) - 2$$

در نتیجه:

$$= 3 \sin\left(\frac{13}{6}\pi\right) - 2 = 3 \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - 2 = 3\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

۱۵- گزینه «۱» (مادر قاسمیان)

$$x + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + (x - \frac{\pi}{8})$$

می‌دانیم:

$$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + (x - \frac{\pi}{8})\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$$

پس معادله مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$-\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2} \xrightarrow{\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha}$$

$$-\frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{8}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ ، جواب‌ها $\pi - \frac{\pi}{8}$ و $2\pi - \frac{\pi}{8}$ می‌باشد که مجموع

آن‌ها $\frac{11\pi}{8}$ می‌شود.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۶- گزینه «۳» (علی آزار)

ابتدا بازه $[a, b]$ را می‌یابیم.

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3 - 4x}{4x(x^2-1)} = 0$$

\Rightarrow نقاط بحرانی: $x = 0, \pm 1$

x	-1	0	1
f'	-	+	-
f	↘	↗	↘

طبق فرض $D_f = (-\infty, 0]$ ، پس $[a, b] = [-1, 0]$ و داریم:

$$[-1, 0] \text{ روی } f \text{ آهنگ متوسط تغییر } f = \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)}$$

$$= \frac{-3 - (-4)}{1} = 1$$

$$f \text{ آهنگ تغییر لحظه‌ای } f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{a}{3}\right) = f'\left(-\frac{1}{3}\right) = 4\left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 4\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow f'\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} + 2 = \frac{5}{3}$$

مقدار خواسته شده برابر $\frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$ است.

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰)

کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱۲- گزینه «۳» (ظاهر درستانی)

تابع داده شده باید در $x = 0$ پیوسته و در $x = 1$ پیوستگی چپ داشته باشد.

$$\begin{cases} f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax^2 + a) = a \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-\frac{x}{2} - b\right) = [0^-] - b = -1 - b \end{cases} \Rightarrow a = -1 - b$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(-\frac{x}{2} - b\right) = \left[-\frac{1}{2}\right] - b = -1 - b \\ f(1) = 2(1) - [1] = 2 - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow -1 - b = 1$$

از حل معادلات به دست آمده به مقادیر $a = 1$ و $b = -2$ می‌رسیم، بنابراین $a - b = 1 + 2 = 3$.

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

۱۳- گزینه «۲» (ممدابراهیم توزنده‌بانی)

انتقال‌های بیان شده در صورت سوال را در مورد تابع f اجرا می‌کنیم:

$$f(x) = 2|x + 3| - 4 \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} (x \rightarrow x-2)$$

$$y = 2|x - 2 + 3| - 4 = 2|x + 1| - 4 \xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}} (x \rightarrow x)$$

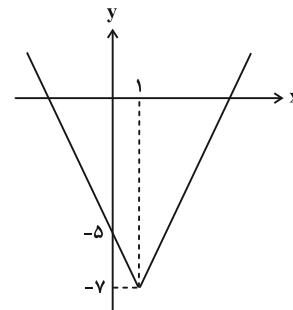
$$y = 2|x + 1| - 4 - 3 = 2|x + 1| - 7 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور y}} (x \rightarrow -x)$$

$$y = 2|-x + 1| - 7$$

ضابطه تابع نهایی $g(x) = 2|x - 1| - 7$ است. داریم:

$$g(x) = \begin{cases} 2(x-1) - 7 = 2x - 9, & x \geq 1 \\ 2(1-x) - 7 = -2x - 5, & x < 1 \end{cases}$$

نمودار تابع حاصل به صورت زیر است:



تابع g روی بازه $[-\infty, 1]$ یا هر زیرمجموعه از آن اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۰ و ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- گزینه «۳» (سعید تن‌آرا)

از روی نمودار داریم $f(0) = -2$ ، در نتیجه $b = -2$.

از طرفی نصف دوره تناوب برابر $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ می‌باشد بنابراین $T = \frac{2}{3}$.

می‌دانیم در تابع $f(x) = a \sin bx + c$ رابطه $|b| = \frac{2\pi}{T}$ برقرار است

$$\text{بنابراین } |a| = \frac{2\pi}{3} = 3\pi \text{ و لذا } a = \pm 3\pi$$



عرض نقطه max نسبی تابع f برابر است با: $f(0) = 1$
 پس $M(0, 1)$ نقطه max نسبی تابع f است و داریم:

$$AM = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۱۹- گزینه «۲» (کیان کریمی فراسانی)

مجموع مساحت‌های دو مثلث ABC و ACD را تابع $f(\theta)$ می‌گیریم:

$$f(\theta) = \frac{2 \times 3 \times \sin(90^\circ - \theta)}{2} + \frac{1 \times 3 \times \sin 2\theta}{2} = 3 \cos \theta + \frac{3}{2} \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow f'(\theta) = -3 \sin \theta + 3 \cos 2\theta \xrightarrow{f'(\theta)=0} \cos 2\theta = \sin \theta$$

با توجه به رابطه $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ تساوی اخیر به معادله زیر تبدیل

$$\underbrace{2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 1}_0 = 0 \quad \text{می‌شود:}$$

$$(2 \sin \theta - 1)(\sin \theta + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 < \theta < 90^\circ} \theta = \frac{\pi}{6} \\ \sin \theta = -1 \xrightarrow{0 < \theta < 90^\circ} \text{فاقد جواب} \end{cases}$$

به ازای $\theta = \frac{\pi}{6}$ ، مساحت چهارضلعی ABCD حداکثر مقدار ممکن خواهد شد.

توجه: هر دو زاویه 2θ و $90^\circ - \theta$ باید مثبت باشند، پس نتیجه می‌شود $0 < \theta < 90^\circ$.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۲۰- گزینه «۲» (روح اله حسینی)

چون $D_f = [-1, 3]$ پس: $-x^2 + ax + b \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$

بنابراین: $-x^2 + ax + b = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$

پس $a = 2$ و $b = 3$ ، بنابراین: $f(x) = 2x + \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$

برای یافتن طول نقطه ماکزیمیم تابع، مشتق تابع را می‌گیریم:

$$f'(x) = 2 + \frac{-2x+2}{2\sqrt{-x^2+2x+3}} = 0 \Rightarrow \frac{x-1}{\sqrt{-x^2+2x+3}} = -2$$

از معادله اخیر نتیجه می‌شود که $x-1 > 0$ ، پس $x > 1$ ؛ حال طرفین معادله را به توان ۲ رسانده و آن را حل می‌کنیم:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{-x^2 + 2x + 3} = 4 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = -4x^2 + 8x + 12$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 10x - 11 = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{5 - 4\sqrt{5}}{5} \\ x = \frac{5 + 4\sqrt{5}}{5} \end{cases} \quad (\text{غیرقابل قبول است، چون باید } x > 1 \text{ باشد.})$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۹)

۱۷- گزینه «۳»

(داور بوالسنی)

توجه: (۱) تابع $g(x) = |u(x)|$ در ریشه‌های ساده $u(x) = 0$ ، مشتق‌ناپذیر است.

(۲) تابع $h(x) = (x-\alpha) |x-\alpha|$ در $x = \alpha$ مشتق‌پذیر است.

ضابطه تابع f به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & , x \geq 1 \\ x|x^2 + 2x| - 2 & , x < 1 \end{cases}$$

تابع $h(x) = |x^2 - 2x|$ ، در ریشه‌های ساده $x^2 - 2x = 0$ ، مشتق‌ناپذیر است، یعنی در نقاط $x = 0$ و $x = 2$ ؛ اما توجه کنید که $x = 0$ در دامنه ضابطه اول تابع نیست، پس طول نقطه مشتق‌ناپذیری ضابطه اول $x = 2$ است.

همچنین تابع $g(x) = x|x^2 + 2x| - 2$ فقط در $x = -2$ مشتق‌ناپذیر است. در نقطه مرزی $x = 1$ باید مشتق چپ و راست را محاسبه کنیم (تابع در $x = 1$ پیوسته است):

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 2x| - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)^2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} -(x-1) = 0$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x|x^2 + 2x| - 2) - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x - 1} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x^2 + 4x}{1} = 7$$

پس $x = 1$ نیز نقطه مشتق‌ناپذیری تابع است. پس مجموعه طول نقاط مشتق‌ناپذیری $\{1, 2, -2\}$ است.

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۸- گزینه «۱»

(موسان کورری)

ابتدا مجانب‌های افقی و قائم تابع f را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \Rightarrow \text{مجانب افقی: } y = -1 \\ (x+1)^2 = 0 \Rightarrow \text{مجانب قائم: } x = -1 \end{cases}$$

در نتیجه $A(-1, -1)$ نقطه تلاقی دو مجانب تابع f است. برای به دست آوردن نقطه ماکزیمیم نسبی f، مشتق تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{(2-2x)(x+1)^2 - 2(x+1)(2x-x^2+1)}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{(2-2x)(x+1) - 2(2x-x^2+1)}{(x+1)^3} = \frac{-4x}{(x+1)^3}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} -4x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (\text{طول نقطه max نسبی})$$



۲۱- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌قطیبی)

با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویه ABH و AEH' متشابه‌اند:

$$\begin{cases} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \xrightarrow{\text{نز}} \Delta ABH \sim \Delta AEH'$$

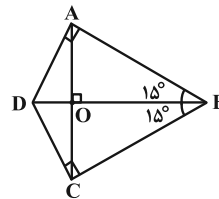
$$\Rightarrow \frac{BH}{EH'} = \frac{AC-BC}{AD+DE} \Rightarrow \frac{BH}{EH'} = \frac{5}{11}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۲۲- گزینه «۴»

(روح‌اله سنی)

با رسم قطر BD ، دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و BDC هم‌نهشت ایجاد می‌شود.



در کایت، قطر‌ها برهم عمودند، پس در مثلث ABD ، AO ارتفاع وارد بر

وتر می‌شود و چون $\hat{ABD} = 15^\circ$ ، بنابراین طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول

وتر بوده و در نتیجه با فرض $AO = x$ ، $BD = 4x$ خواهد بود. از طرفی

مساحت کایت دو برابر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABD است، بنابراین:

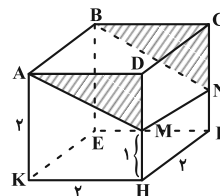
$$\begin{cases} S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = 16 \\ S_{ABD} = \frac{1}{2} AO \times BD = \frac{1}{2} (x)(4x) = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2} \Rightarrow AC = 2x = 4\sqrt{2}$$

(هنرسه ۱- مندرجی‌ها؛ صفحه‌های ۶۳، ۶۵ و ۷۲)

۲۳- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌قطیبی)



بدیهی است که منشور با قاعده MDA (قاعده‌های هاشورخورده) حجم

کمتری دارد. حجم منشور باقی‌مانده با قاعده $AMHK$ را محاسبه می‌کنیم:

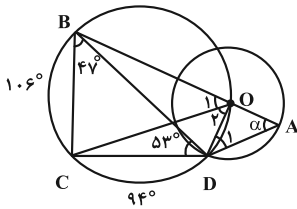
$$V = \underbrace{S_{AMHK}}_{\text{دورزنقه}} \times \underbrace{FH}_{\text{ارتفاع}} = \left(\frac{1}{2}(1+2) \times 2\right) \times 2 = 6$$

(هنرسه ۱- تبسم فحشایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۴- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

مرکز O را به نقطه D وصل می‌کنیم.



زوایای محاطی \hat{O}_1 و \hat{BDC} روبه‌روی یک کمان هستند، پس:

$$\hat{O}_1 = \hat{BDC} = 53^\circ$$

$$\hat{O}_2 = \hat{CBD} = 47^\circ$$

به طریق مشابه:

از طرفی $OA = OD$ (هر دو شعاع دایره کوچک هستند). پس $\hat{D}_1 = \alpha$ ؛

هم‌چنین می‌دانیم $\hat{O}_1 + \hat{O}_2$ زاویه خارجی مثلث OAD است، پس:

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{A} + \hat{D}_1 = 2\alpha \Rightarrow 106^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

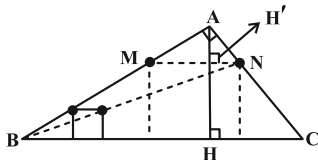
(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۲۵- گزینه «۲»

(عباس الهی)

تصویر مربع مربوطه به‌صورت زیر تحت تجانس به مرکز B با نسبت تجانسی

برابر با نسبت اضلاع مربع‌هاست. داریم:



$$BC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}$$

$$\Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{MN}{BC}$$

طول ضلع مربع تصویر را x می‌گیریم:

$$\frac{60-x}{13} = \frac{x}{13} \Rightarrow 60 - 13x = \frac{60}{13}x$$

$$\Rightarrow 60 = \frac{60}{13}x + 13x \Rightarrow 60 = \frac{229x}{13} \Rightarrow x = \frac{780}{229}$$

پس نسبت تجانس برابر است با:

$$k = \frac{x}{2} = \frac{390}{229}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)



۲۶- گزینه ۳»

(افشین فاضلخان)

از $BD = 2$ و $DC = 8$ نتیجه می شود $BC = 10$ و $4BD = DC$.

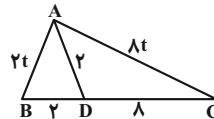
می دانیم $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ پس $AB = 2t$ و $AC = 8t$ داریم:

$$AD^2 = (2t)(8t) - 2(8) = 4 \Rightarrow 16t^2 = 20 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

حال طبق قضیه کسینوسها در $\triangle ABD$ داریم:

$$2^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2 - 2(2)(\sqrt{5}) \cdot \cos \hat{B}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{5} \cos \hat{B} = 5 \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$



(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۳ تا ۶۹)

۲۷- گزینه ۱»

(مهم قدران)

دو طرف تساوی $A^T X = B$ را از سمت چپ دو بار در A^{-1} ضرب می کنیم تا ماتریس X به دست بیاید، یعنی $X = (A^{-1})^T B$ داریم:

$$(A^{-1})^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -8 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -15 & 11 \\ 4 & 4 \\ -1 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \frac{1}{(-15)(\frac{1}{4}) - (\frac{11}{4})(-\frac{1}{4})} \begin{bmatrix} 1 & -11 \\ 4 & -4 \\ 1 & -15 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & 11 \\ -1 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = (A^{-1})^T B = \begin{bmatrix} 11 & -8 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 11 \\ -1 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه های ماتریس X برابر است با: $-3 + 1 + 1 + 1 = 0$
(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

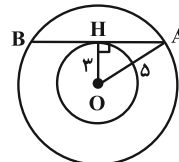
۲۸- گزینه ۲»

(علی ایمانی)

نقطه $O(1,2)$ مرکز هر دو دایره C و C' است. شعاع دایره های C و C' برابرند با $r = 5$, $r' = 3$.

مطابق شکل، وتر AB مورد نظر است و داریم:

$$\triangle AOH \xrightarrow{\text{پیتاغورس}} AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$



$$AB = 2AH = 8$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۳۰ تا ۳۶)

۲۹- گزینه ۱»

(عباس العلی)

ابتدا معادله را استاندارد کرده و کانون سهمی را می یابیم:

$$y^2 - 4y + 3x = 8 \Rightarrow (y-2)^2 - 4 = -3x + 8$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 = -3x + 12 \Rightarrow (y-2)^2 = -3(x-4)$$

مختصات رأس سهمی به صورت $S(4,2)$ و فاصله کانونی سهمی $a = \frac{3}{4}$

است و نوع سهمی، افقی و دهانه آن به سمت چپ باز می شود.

مختصات کانون سهمی به صورت زیر است:

$$F(4 - \frac{3}{4}, 2) = F(\frac{13}{4}, 2)$$

$$(y-2)^2 = -3(x-4) \xrightarrow{x=\frac{13}{4}} (y-2)^2 = -3(\frac{13}{4} - 4)$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 = -3(\frac{-3}{4}) \Rightarrow (y-2)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} y_M = 2 + \frac{3}{2} \Rightarrow y_M = \frac{7}{2} \\ y_N = 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow y_N = \frac{1}{2} \end{cases}$$

در بین گزینه ها تنها رابطه $y_M \times y_N > 1$ صحیح است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۵۰ تا ۵۵)

۳۰- گزینه ۴»

(روح اله حسینی)

طبق فرض داریم:

$$S = \frac{1}{2} |(\vec{r}\vec{a} + \vec{r}\vec{b}) \times (\delta\vec{a} - \vec{b})| = \frac{1}{2} |10\vec{a} \times \vec{a} - \vec{r}\vec{a} \times \vec{b} + 15\vec{b} \times \vec{a} - \vec{r}\vec{b} \times \vec{b}|$$

$$= \frac{1}{2} |-\vec{r}\vec{a} \times \vec{b} - 15\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |-\vec{r}\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \sin \theta = 17 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\xrightarrow{90^\circ < \theta < 180^\circ} \cos \theta = -\frac{\sqrt{8}}{3} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 2 \times 3 \times (-\frac{2\sqrt{2}}{3}) = -4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه های ۷۷ تا ۸۴)

۳۱- گزینه ۲»

(افشین فاضلخان)

گزینه ها را بررسی می کنیم:

(۱) نادرست

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow (x+3)(2x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \notin \mathbb{N} \\ x = \frac{1}{2} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$



پس تعداد کل حالت‌های مطلوب برابر $42 = 36 + 6$ است. اما تعداد کل

$$\binom{10}{3} = 120$$

حالت‌های انتخاب یک زیرمجموعه ۳ عضوی برابر است با:

$$\frac{42}{120} = \frac{7}{20}$$

پس احتمال خواسته شده برابر است با:

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۳۴- گزینه «۳»

(عباس الهی)

عدد آخر هر دسته برابر با n^2 می‌باشد که n شماره دسته است. پس عدد آخر دسته نوزدهم و بیستم به ترتیب برابراند با $19^2 = 361$ و $20^2 = 400$. در نتیجه عدد اول دسته بیستم ۳۶۲ و عدد آخر آن ۴۰۰ می‌باشد. پس میانه آن، عدد $\frac{400 + 362}{2} = 381$ می‌باشد که از عدد ۳۶۱ به اندازه ۲۰ واحد بزرگ‌تر است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۳۵- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

$$\begin{cases} a = 24b + 13 \\ a = 7k \end{cases} \xrightarrow{r < b} b > 13$$

طبق فرض داریم:

$$24b + 13 = 7k \Rightarrow 24b + 13 \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow 2b \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 2b \equiv -6 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow b \equiv -2 \pmod{7} \Rightarrow b = 7k' - 2 \xrightarrow{b > 13} \min(k') = 3 \Rightarrow b = 19$$

$$\Rightarrow \min(a) = (24 \times 19) + 13 = 469$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 4 + 6 + 9 = 19$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۹ تا ۲۲)

۳۶- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

$$7^2 \equiv 49 \equiv 18 \pmod{31} \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 126 \equiv 2 \pmod{31}$$

داریم:

$$\xrightarrow{\text{توان ۵}} 7^{15} \equiv 32 \equiv 1 \pmod{31}$$

$$\text{از طرفی: } 6^{15} \equiv -1 \pmod{31} \xrightarrow{\text{توان ۵}} 6^3 \equiv 30 \equiv -1 \pmod{31} \xrightarrow{\times 6} 6^2 \equiv 36 \equiv 5 \pmod{31}$$


$$7^{15} + 6^{15} \equiv 1 - 1 \equiv 0 \pmod{31}$$

در نتیجه:

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۷- گزینه «۱»

(عباس الهی)

حداکثر تعداد گراف‌های ۲-منتظم از مرتبه ۴ که به صورت  می‌باشند موقعی به دست می‌آید که حداکثر تعداد یال‌ها را برای گراف مفروض داشته باشیم. پس:

(۲) درست

$$\frac{x^3 - 2x}{x^2 - 2} = \frac{x(x^2 - 2)}{x^2 - 2} = x, \quad x^2 - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{2} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$$

$$6x^2 - 5x + 1 < 0 \Rightarrow (3x - 1)(2x - 1) < 0$$

(۳) نادرست

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$$

(عدد صحیحی در این فاصله وجود ندارد)

(۴) نادرست

$$|x + 2| > \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \Rightarrow |x + 2| > \frac{1}{4}(x + 2) \quad (*)$$

با توجه به این که $|x + 2| \geq x + 2$ ، رابطه (*) به ازای همه مقادیر \mathbb{R} برقرار است مگر $x = -2 \Rightarrow 0 > 0$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۳۲- گزینه «۴»

(عباس الهی)

ابتدا هر کدام از پرانتزها را جداگانه به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ((A - C) \cap B) = (A \cap C') \cap B = \underbrace{(A \cap B)}_B \cap C' = B \cap C' \\ (B \cap A \cap C) = B \cap C \end{cases}$$

دو مجموعه C و C' جدا از هم هستند، پس دو مجموعه $B \cap C$ و $B \cap C'$ نیز جدا از هم‌اند و در نتیجه داریم:

$$(B \cap C') - (B \cap C) = B \cap C'$$

$$(B \cap C')' = B' \cup C$$

که متمم آن برابر است با:

$$\text{توجه: چون } B \subseteq A \text{، پس } A \cap B = B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۳۳- گزینه «۳»

(روح‌اله حسینی)

مجموعه S را به سه زیرمجموعه $A_1 = \{1, 4, 7, 10\}$ ، $A_2 = \{3, 6, 9\}$ و $A_3 = \{2, 5, 8\}$ و

بخش پذیر باشد حالت‌های زیر وجود دارد:

(الف) هر سه عضو مجموعه A_1 یا هر سه عضو مجموعه A_2 یا هر سه عضو

$$\binom{3}{3} + \binom{3}{3} + \binom{3}{3} = 1 + 1 + 1 = 3$$

مجموعه A_3 باشند:

(ب) یک عضو از مجموعه A_1 ، یک عضو از مجموعه A_2 و یک عضو از

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

مجموعه A_3 باشد:



$$x_2 = 18 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 3 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3$$

$$x_2 = 32 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 4 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0+3-1}{3-1} = 1$$

در نتیجه تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر خواهد شد با:

$$15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 35$$

روش دوم: از تغییر متغیر $y_2 = \sqrt{\frac{x_2}{2}}$ استفاده می‌کنیم. در این صورت

$$x_1 + y_2 + x_3 + x_4 = 4 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(علی ایمانی)

۴۰ - گزینه «۱»

راه‌حل اول: A و B را مجموعه اعداد چهار رقمی با ارقام متمایزی از مجموعه فوق در نظر می‌گیریم که به ترتیب فاقد ۱ و ۲ هستند. خواسته سوال به صورت زیر است:

$$|A' \cap B'| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

داریم:

$$|S| = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

$$|A| = |B| = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$$

$$|A \cap B| = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$|A' \cap B'| = 360 - (2 \times 120 - 24) = 144 \quad \text{در نتیجه:}$$

راه‌حل دوم: طبق فرض، ارقام عدد چهار رقمی باید متمایز باشند که به $\binom{4}{2}$

حالت دو رقم دیگر انتخاب می‌شوند و چهار رقم به ۴! حالت جایگشت

$$\binom{4}{2} \times 4! = 6 \times 24 = 144 \quad \text{دارند. پس تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

$$rp = 2q \Rightarrow r \times 11 = 2q \Rightarrow 2q = 11r$$

زمانی q_{\max} را داریم که r هم بیشترین مقدار خود باشد. با توجه به

$$r_{\max} = 8 \quad \text{این که } 0 \leq r \leq p-1 \text{ باشد در نتیجه}$$

است، زیرا می‌دانیم گراف فرد منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد، پس:

$$2q = 11 \times 8 \Rightarrow 2q = 88 \Rightarrow q_{\max} = 44$$

در نتیجه حداکثر با مجموع تعداد یال‌های $11 = \frac{44}{4}$ گراف ۲-منتظم از مرتبه ۴ برابر است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۸ - گزینه «۴» (نیلوفر مهدوی)

تعداد حالت‌های ممکن برای قرار گرفتن ۷ نفر در ۶ جایگاه برابر است با:

$$\binom{7}{6} \times 6! = \binom{7}{1} \times 6! = 7 \times 720 = 5040$$

حال باید تعداد حالت‌هایی که دو شخص مد نظر بین ۶ نفر و کنار هم می‌نشینند را از تعداد کل حالت‌ها کم کنیم. بنابراین دونفر خاص را درون یک بسته فرض می‌کنیم و ۴ نفر دیگر را از ۵ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم.

$$\boxed{\quad} \quad \text{---}$$

$$\binom{5}{4} \times 5! \times 2! = 5 \times 120 \times 2 = 1200$$

در نتیجه طبق اصل متمم، تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$5040 - 1200 = 3840$$

(ریاضی ۱ - شمارش، برون‌شماردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۳۹ - گزینه «۳» (افشین فاضل‌شان)

روی مقادیری که x_2 می‌تواند قبول کند، مسئله را تقسیم‌بندی می‌کنیم:

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = 15$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10$$

$$x_2 = 8 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 2 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = 6$$



فیزیک

گزینه ۲»

(معمود منطوری)

نمادگذاری علمی، عددی بین ۱ تا ۱۰ است ضرب در ده به توان یک عدد صحیح، بنابراین:

$$390 \times 10^3 \text{ Tm} = 3/90 \times 10^2 \times 10^3 \times 10^{12} \text{ m} = 3/90 \times 10^{17} \text{ m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه ۳»

(مسام ناری)

در راکتورهای شکافت هسته‌ای، میله‌های کنترل معمولاً از مواد جذب کننده نوترون مانند کادمیم یا بور ساخته می‌شوند.

بررسی گزینه «۱»: کافی است مجموع اعداد جرمی و مجموع اعداد اتمی طرفین معادله را جداگانه مساوی هم قرار دهیم و تعداد نوترون‌های X را بیابیم:

$$\begin{cases} 1 + 235 = 133 + A + 4 \Rightarrow A = 99 \\ 0 + 92 = 51 + Z + 0 \Rightarrow Z = 41 \\ N = A - Z \Rightarrow N = 99 - 41 = 58 \end{cases}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۵۴)

گزینه ۴»

(افشیدن مینو)

$$l = v \times \Delta t \xrightarrow{v=c} l = c \times \Delta t \Rightarrow 6 \times 10^3 = 3 \times 10^8 \times \Delta t$$

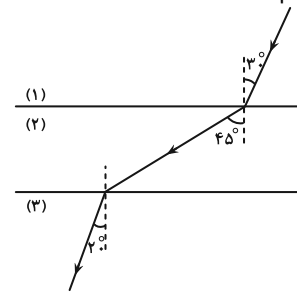
$$\Delta t = \frac{6 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 2 \times 10^{-5} \text{ s} = 20 \mu\text{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

گزینه ۴»

(معمود منطوری)

تندی انتشار نور در محیط با سینوس زاویه بین پرتوی نور با خط عمود بر مرز دو محیط رابطه مستقیم دارد. بنابراین:



$$\theta_1 = 30^\circ, \quad \theta_2 = 45^\circ, \quad \theta_3 = 20^\circ$$

$$\theta_2 > \theta_1 > \theta_3 \xrightarrow{v \propto \sin \theta} v_2 > v_1 > v_3$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

گزینه ۲»

(مسمن سلماسی‌وند)

حرکت با شتاب ثابت است، پس نمودار $x-t$ آن سهمی است. اگر متحرک در $t = 5 \text{ s}$ در بیشترین فاصله از نقطه شروع حرکت است، پس در رأس سهمی است و در این صورت سرعت در این لحظه صفر است و داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 40}{5} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |a| = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۴»

(پیام مراری)

ابتدا باید سرعت هر متحرک را به دست آوریم و بعد از آن معادله مکان-زمان هر متحرک را بنویسیم و می‌دانیم که فاصله دو متحرک در هر لحظه از رابطه $|x_A - x_B|$ به دست می‌آید. فاصله دو متحرک در شروع حرکت برابر $48 \text{ m} = |18 - (-30)|$ می‌باشد. باید لحظه‌ای را بیابیم که فاصله دو

متحرک برابر $16 \text{ m} = \frac{1}{3} \times 48$ می‌شود. داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{0 - 18}{9 - 0} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_B = \frac{-25/5 - (-30)}{9} = \frac{4/5}{9} = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ s}} \end{cases}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2t + 18 \\ x_B = \frac{1}{2}t - 30 \end{cases}$$

لحظه به هم رسیدن دو متحرک را می‌یابیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t + 18 = \frac{1}{2}t - 30 \Rightarrow t = 19/2 \text{ s}$$

$$x_B - x_A = 16 \Rightarrow (\frac{1}{2}t - 30) - (-2t + 18) = 16$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}t - 48 = 16 \Rightarrow t = 25/5 \text{ s} \Rightarrow 25/5 - 19/2 = 6/4 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۳»

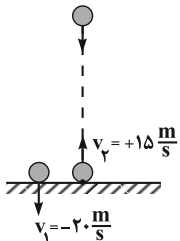
(عبدالرضا امینی نسب)

تندی برخورد گلوله به سطح زمین برابر است با:

$$v^2 = -2g\Delta y = -2 \times 10 \times (-20) = 400$$

$$v = \pm 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جهت حرکت در لحظه برخورد به زمین رو به پایین است، پس علامت سرعت منفی است. طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$10 = \frac{0/2(15 - (-20))}{\Delta t} \Rightarrow 10 \Delta t = 7$$

$$\Delta t = 0/7 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای:

صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ و ۴۷)

گزینه ۴»

(اریس مموری)

تنها مورد (الف) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) شتاب با برابری نیروهای وارد بر جسم رابطه مستقیم دارد، اما هم‌اندازه نیستند.
(ج) گلوله‌ای که به سمت بالا پرتاب می‌شود در تمام طول مسیر حرکتش نیروی وزن به آن وارد می‌شود، در حالی که در بالاترین نقطه مسیر حرکتش برای یک لحظه متوقف می‌شود.

(د) نیروی مقاومت شاره وقتی اعمال می‌شود که جسم نسبت به شاره حرکت کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ و ۳۴)



۴۹- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازه نیروی F را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg}$$

$$F - \mu_k mg = ma \xrightarrow{\mu_k = 0.3, m = 20 \text{ kg}, a = 1 \frac{m}{s^2}}$$

$$F - 0.3 \times 20 \times 10 = 20 \times 1 \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

جابه‌جایی صندوق در ثانیه دوم حرکت از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$d = \frac{1}{2} a (2t - 1) + v_0 \xrightarrow{a = 1 \frac{m}{s^2}, v_0 = 0, t = 2 \text{ s}} d = \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 2 - 1) + 0$$

$$\Rightarrow d = 1/2 \text{ m}$$

حال کار نیروی F را به دست می‌آوریم.

$$W_F = Fd \cos \theta \xrightarrow{F = 80 \text{ N}, \theta = 0, d = 1/2 \text{ m}} W_F = 80 \times 1/2 \cos 0$$

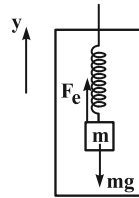
$$\Rightarrow W_F = 40 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۵۰- گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

با انتخاب جهت مثبت محور مختصات رو به بالا، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\xrightarrow{F_e = kx} kx - mg = ma$$

$$\xrightarrow{k = 40 \frac{N}{m}, m = 4 \text{ kg}} 40 \cdot x - 4 \times 10 = 4 \times (-2)$$

$$a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$40 \cdot x = 32 \Rightarrow x = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

با توجه به این که حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب آسانسور باید منفی باشد. حال طول نهایی فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$l = l_0 + x \xrightarrow{x = 8 \text{ cm}, l_0 = 36 \text{ cm}} l = 36 + 8 = 44 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۵۱- گزینه «۴»

(محمود منصوری)

با توجه به رابطه انرژی جنبشی ($K = \frac{1}{2} mv^2$), برای مقایسه انرژی

جنبشی جسم در دو حالت، چون جرم ذره یکسان است، بنابراین باید تندی حرکت آن‌ها را بررسی کرد.

$$\text{حالت اول} \begin{cases} r_1 = R \\ T_1 = T \end{cases} \Rightarrow v_1 = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\text{حالت دوم} \begin{cases} r_2 = \frac{R}{3} \\ T_2 = 2T \end{cases} \Rightarrow v_2 = \frac{2\pi(\frac{R}{3})}{2T} = \frac{2\pi R}{6T} = \frac{\pi R}{3T}$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{2\pi R}{\pi R}\right)^2 = (2)^2 = 4$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

۵۲- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

با توجه به نمودار داده شده، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = 1 \Rightarrow T = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ s}$$

اکنون باید ببینیم بازه زمانی داده شده، چند برابر دوره حرکت است:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 1/5 - 0/3 = 1/2 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/2}{0.8} = 1/5$$

بنابراین در بازه زمانی مورد نظر، نوسانگر ۱/۵ نوسان انجام می‌دهد. با توجه به این که در هر نوسان کامل، مسافت ۴A و در نیم نوسان مسافت ۲A توسط نوسانگر طی می‌شود، داریم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\ell}{4A} \Rightarrow 1/5 = \frac{\ell}{4A} \Rightarrow \ell = 6A$$

$$\xrightarrow{A = 0.5 \text{ m} = 5 \text{ cm}} \ell = 30 \text{ cm}$$

در پایان، تندی متوسط را در بازه زمانی t_1 تا t_2 حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{1/2} = 60 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۵۳- گزینه «۳»

(بهنام شاهینی)

می‌دانیم مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است. از طرفی، بیشترین مقدار انرژی جنبشی یا بیشترین مقدار انرژی پتانسیل نوسانگر نشان‌دهنده انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$E = U + K = U_{max} = K_{max} = 300 \times 10^{-3} \text{ J}$$

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر داریم:

$$E = 2\pi^2 mA^2 f^2 = 300 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 0.03 \times 0.01^2 \times f^2 = 300 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow f^2 = \frac{0.3}{2 \times 10 \times 0.03 \times 0.01^2} = 500 \Rightarrow f = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \text{ Hz}$$

نکته: طول پاره‌خطی که نوسانگر روی آن نوسان انجام می‌دهد، ۲ برابر دامنه نوسان است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۴- گزینه «۴»

(مسام تارری)

برای محاسبه برآیند جابه‌جایی در نقطه M کافی است بین جابه‌جایی‌های متناظر آن در دو موج، جمع جبری (با علامت) انجام دهیم:

$$\frac{4A_1}{5} - \frac{A_2}{4} = \frac{16A_1 - 5A_2}{20} = \frac{16A_1 - 5(0.6A_1)}{20} = \frac{13}{20} A_1$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج، صفحه ۱۱۳)

۵۵- گزینه «۲»

(سیره‌ملیحه میرصافی)

با استفاده از معادله اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{max} = hf - 3 \\ \frac{60}{100} K_{max} = \frac{75}{100} hf - 3 \end{cases}$$



(زهره آقاممیری)

۵۸- گزینه «۳»

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{t=2 \times 24 = 48 \text{ h}}{T_{1/2} = 8 \text{ h}} \Rightarrow n = \frac{48}{8} = 6$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{2^6} = \frac{N_0}{64}$$

طبق رابطه نیمه‌عمر داریم:

در نتیجه مقدار ماده واپاشیده شده برابر است با:

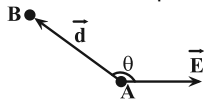
$$N' = N_0 - N = \frac{63}{64} N_0$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

(بهنام شاهی)

۵۹- گزینه «۲»

بار $q > 0$ در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است. از طرفی، می‌دانیم نیروی وارد به بار $q > 0$ در جهت خطوط میدان الکتریکی است. با توجه به رابطه تعریف کار داریم:



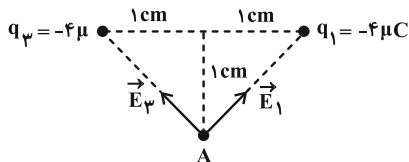
$$W = F_E d \cos \theta \xrightarrow{\substack{\pi/2 < \theta < \pi \\ \cos \theta < 0}} W < 0$$

دقت کنید که در مورد تغییرات انرژی جنبشی بار نمی‌توان اظهار نظر نمود، چون در صورت سوال اندازه بار، جرم ذره و سایر نیروهای وارد بر ذره مطرح نشده است. (فیزیک ۲- الکترواستاتیک ساکن: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

(آراس ممیری)

۶۰- گزینه «۲»

بنابر رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، با توجه به این که بارها و فاصله آن‌ها از نقطه A برابر است، می‌توان نوشت: (با توجه به داده سوال، برآیند \vec{E}_1 و \vec{E}_3 را برابر \vec{E}_2 قرار می‌دهیم، بنابراین فعلاً احتیاجی به جایگذاری k در SI نوشتن نیست.)



$$E_1 = E_3 = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k \times 4}{r^2} \quad |q_1| = |q_3| = 4 \mu\text{C} \Rightarrow r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$|E_1| = |E_3| = \frac{k \times 4}{(\sqrt{2})^2} \Rightarrow |E_1| = |E_3| = 2k$$

$$E_{1,3} = \sqrt{2} E_1 \Rightarrow E_{1,3} = 2\sqrt{2} k$$

برای برآیندگیری داریم:

دقت کنید که جهت $E_{1,3}$ به سمت A است، بنابراین می‌بایست q_2 مثبت باشد تا میدان الکتریکی خالص در نقطه A صفر شود، پس:

$$|E_{1,3}| = |E_2| \Rightarrow 2\sqrt{2} k = \frac{k \times |q_2|}{r^2} \xrightarrow{q_2 > 0} q_2 = 8\sqrt{2} \mu\text{C}$$

در این مرحله، دقت کنید بارهای q_1 و q_3 اثر یکدیگر را در مرکز دایره خنثی می‌کنند، بنابراین خواسته سوال همان اندازه میدان q_2 در مرکز دایره است:

$$\Rightarrow \begin{cases} \psi = hf - K_{\max} \\ \psi = \frac{3}{4} hf - \frac{1}{6} K_{\max} \end{cases}$$

با حل دو معادله دو مجهول فوق خواهیم داشت:

$$\begin{cases} hf = \lambda eV \\ K_{\max} = \Delta eV \Rightarrow K_{\max} = 8 \times 10^{-19} \text{ J} \end{cases}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

(زهره آقاممیری)

۵۶- گزینه «۳»

بیشترین بسامد فوتون گسیلی در رشته‌ی بالمر، مربوط به گذار الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 2$ و کمترین بسامد فوتون گسیلی در رشته‌ی لیمان، مربوط به گذار الکترون از تراز $n = 2$ به تراز $n' = 1$ است. با استفاده از رابطه ریذبرگ و همچنین رابطه بین طول‌موج و بسامد داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} f = Rc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{\substack{n = \infty \\ n' = 2}} f_1 = Rc \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{4} Rc$$

$$\xrightarrow{\substack{n = 2 \\ n' = 1}} f_2 = Rc \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} Rc$$

$$\Rightarrow \Delta f = f_2 - f_1 = \frac{3}{4} Rc - \frac{1}{4} Rc = \frac{1}{2} Rc$$

$$\xrightarrow{\substack{R = 0.01 (\text{nm})^{-1} = 10^7 \text{ m}^{-1} \\ c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \Delta f = \frac{1}{2} \times 10^7 \times 3 \times 10^8 = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = \frac{1}{2} \times 10^7 \times 3 \times 10^8 = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۳)

(بهنام شاهی)

۵۷- گزینه «۱»

الکترون در تراز n قرار دارد. با جذب فوتون با انرژی E، به تراز n+1 جهش می‌کند، بنابراین داریم:

$$\Delta E = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow E = E_R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right)$$

$$\Rightarrow E = E_R \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right) \quad \text{(I)}$$

در حالت دوم، الکترون با گسیل فوتونی با انرژی $\frac{\lambda_1}{44} E$ به تراز n-1 جهش می‌کند، بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda_1}{44} E = E_R \left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{44} E = E_R \left(\frac{2n-1}{(n-1)^2 n^2} \right) \quad \text{(II)}$$

با تقسیم معادله (II) بر معادله (I) داریم:

$$\xrightarrow{\text{(I), (II)}} \frac{\lambda_1}{44} = \frac{\frac{2n-1}{(n-1)^2 n^2}}{\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری گزینه‌ها}} n = 5$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۲۹)



(مهران اسماعیلی)

۶۳- گزینه «۲»

مقاومت معادل در حالت اول (متوالی): $R_{eq} = 3 + 6 = 9 \Omega$

مقاومت معادل در حالت دوم (موازی): $R'_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$

توان الکتریکی خروجی باتری: $P = RI^2 = \frac{R\epsilon^2}{(R+r)^2}$

$$P' = \frac{200}{81} P \Rightarrow \frac{R'_{eq} \epsilon^2}{(R'_{eq} + r)^2} = \frac{200}{81} \times \frac{R_{eq} \epsilon^2}{(R_{eq} + r)^2}$$

$$\frac{R_{eq} = 9 \Omega}{R'_{eq} = 2 \Omega} \rightarrow \frac{2}{(2+r)^2} = \frac{200}{81} \times \frac{9}{(9+r)^2}$$

$$\frac{1}{(2+r)^2} = \frac{10}{9} \times \frac{3}{9+r} \rightarrow \frac{1}{2+r} = \frac{10}{9} \times \frac{3}{9+r}$$

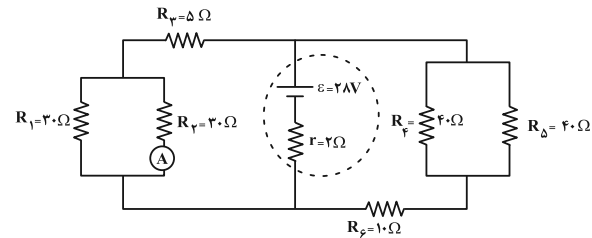
$$\Rightarrow 20 + 10r = 27 + 3r \Rightarrow r = 1 \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۵)

(علیرضا بیاری)

۶۴- گزینه «۴»

ابتدا شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم، سپس مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



$R_{1,2}$ و R_3 موازیند: $R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 3}{3 + 3} = 1.5 \Omega$

$R_{1,2}$ و R_3 متوالی هستند: $R' = R_{1,2} + R_3 = 1.5 + 5 = 6.5 \Omega$
 R_4 و R_5 موازیند و $R_{4,5}$ و $R_{6,7}$ متوالی هستند: $R_{4,5} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{4 \times 1}{4 + 1} = 0.8 \Omega$
 $R_{6,7} = R_6 + R_7 = 5 + 4 = 9 \Omega$

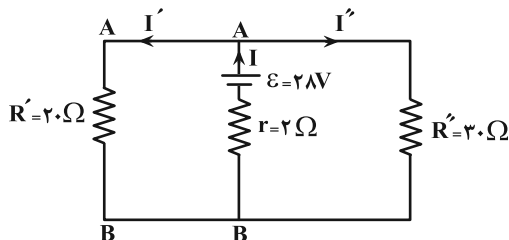
$R'' = R_{4,5} + R_6 = 0.8 + 10 = 10.8 \Omega$

$R_{eq} = \frac{R' R''}{R' + R''} = \frac{6.5 \times 10.8}{6.5 + 10.8} = 3.8 \Omega$

اکنون می‌توانیم جریان عبوری از مولد را حساب کنیم:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{28}{3.8 + 2} = 4A$$

جریان I' را به دست می‌آوریم:



$$E'_y = \frac{kq_1 q_2}{(r'_y)^2} = \frac{k \times 9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6}}{(1 \text{ cm})^2} = \frac{9 \times 10^3}{10^{-4}} = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E'_y = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times \sqrt{2} \times 10^{-6}}{10^{-4}} = 72 \sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

(اریس ممبری)

۶۱- گزینه «۳»

ابتدا میدان الکتریکی را بر حسب بار و مشخصات ساختمانی خازن به دست می‌آوریم:

$$q = CV = \frac{C \kappa \epsilon_0 A d}{V = Ed} \rightarrow q = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times Ed \Rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \quad (I)$$

از طرفی با انتقال بار از صفحه مثبت به منفی خازن، بار خازن کاهش می‌یابد و طبق رابطه (I) میدان الکتریکی بین صفحات خازن نیز کاهش می‌یابد. پس:

$$(I) \text{ رابطه } \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{q'}{q} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{q - \frac{1}{5}q}{q} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow E = \frac{5}{4} E' \quad (II)$$

از طرفی در صورت سوال مطرح شده بود که بزرگی میدان الکتریکی $\frac{1}{25} \times 10^5 \frac{N}{C}$ تغییر می‌کند که ثابت کردیم که این تغییر کاهشی است. پس داریم:

$$E' = E - \frac{1}{25} \times 10^5 \xrightarrow{(II)} E' = \frac{5}{4} E' - \frac{1}{25} \times 10^5$$

$$\Rightarrow E' = 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

اکنون با توجه به انرژی ذخیره شده در خازن برای حالت دوم داریم:

$$U' = \frac{1}{2} CV'^2 = \frac{C \kappa \epsilon_0 A d}{2V' = Ed} \rightarrow U' = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times E'^2 \times d^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 A d E'^2$$

$$\kappa = 1, \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}, U' = 4/5 \mu J = 4 \times 10^{-7} J$$

$$A = 40 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2, E' = 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$4 \times 10^{-7} = \frac{1}{2} \times 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^{-3} \times d \times 25 \times 10^{10}$$

$$\Rightarrow d = 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ mm}$$

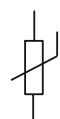
دقت کنید که مساحتی از صفحات خازن که روبه‌روی هم قرار دارند، در محاسبات قرار داده می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

(مسام ناری)

۶۲- گزینه «۳»

تنها مورد (ب) نادرست است.



علت نادرستی مورد (ب): نماد ترمیستور در مدارهای الکتریکی،

می‌باشد.

نماد ذکر شده در صورت سوال مربوط به مقاومت نوری (LDR) است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۱)



(معمومه شریعت ناصری)

۶۷- گزینه «۲»

در نقطه a: میدان مغناطیسی حاصل از I_1 و I_2 برون سو است، پس میدان برآیند برون سو می شود.

در نقطه b: میدان I_1 درون سو بوده و میدان ناشی از I_2 برون سو است، چون $I_2 > I_1$ است، پس میدان برآیند به صورت برون سو خواهد بود.

در نقطه c: میدان مغناطیسی حاصل از I_1 و I_2 درون سو است، پس میدان برآیند درون سو می شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه ۹۶)

(معمومه شریعت ناصری)

۶۸- گزینه «۱»

با توجه به رابطه نیروی محرکه القایی داریم:

$$\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta B \cos \theta}{\Delta t} \quad \theta = 0^\circ, \cos 0^\circ = 1$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0 - 3}{1} = -3 \text{ T/s}$$

$$\mathcal{E}_{av} = -50 \times 500 \times 10^{-4} \times (-3) = 750 \text{ V}$$

$$\Rightarrow |\mathcal{E}_{av}| = 750 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

(مصطفی کیانی)

۶۹- گزینه «۲»

ابتدا ضریب القاوری سیملوله را یافته و سپس با استفاده از

رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ ، جریان عبوری از سیملوله را می یابیم:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{10^6 \times 20 \times 10^{-4}}{60 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2U}{L}}$$

$$\frac{U = 2 \times 10^{-1} \text{ J}}{L = 4 \times 10^{-3} \text{ H}} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-3}}} = 10 \text{ A}$$

حال میدان مغناطیسی روی محور سیملوله را حساب کرده و در آخر آن را

برحسب گaus می نویسیم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{10^6 \times 10}{60 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-2} \text{ T} \times \frac{10^4 \text{ G}}{1 \text{ T}} = 200 \text{ G}$$

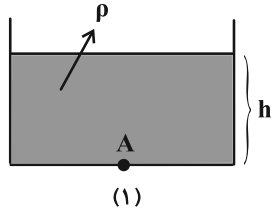
$$= 2 \times 10^{-2} \text{ T} \times \frac{10^4 \text{ G}}{1 \text{ T}} = 200 \text{ G}$$

(فیزیک ۲- ترکیبی: صفحه های ۱۰۰ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

(ارینس مسمری)

۷۰- گزینه «۱»

با توجه به روابط فشار کل و فشار ناشی از مایع در دو حالت داریم:



(۱)

$$\begin{cases} P_A = \rho gh + P_0 \\ P_A = 11 P_{\text{مایع}} = 11 \rho gh \end{cases} \Rightarrow P_0 = 10 \rho gh \xrightarrow{P_0 = 10^6 \text{ Pa}} \rho h = 1000$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1000}{h} \quad (\text{I})$$

$$\begin{cases} V_{AB} = R'I' \\ V_{AB} = \mathcal{E} - rI \end{cases} \Rightarrow R'I' = \mathcal{E} - rI$$

$$\Rightarrow 20I' = 28 - 2 \times 2 \Rightarrow I' = 1/2 \text{ A}$$

چون I' بین دو مقاومت R_1 و R_2 به طور مساوی تقسیم می شود و آمپر سنج A

نیز جریان عبوری از مقاومت R_2 را نشان می دهد، بنابراین داریم:

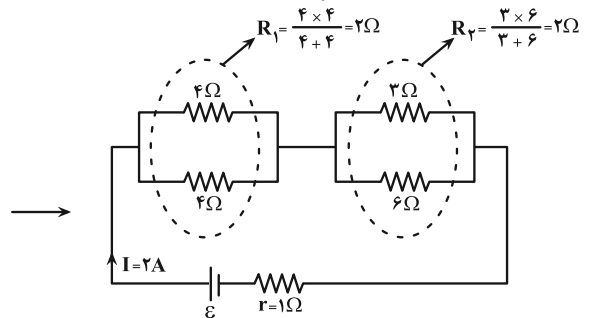
$$I_2 = \frac{I'}{2} = \frac{1/2}{2} = 0/6 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

۶۵- گزینه «۳»

(بهنام شاهینی)

مدار شکل سوال را ساده تر می کنیم:



دقت کنید، مقاومت ۱۲ اهمی به دلیل اتصال کوتاه از مدار حذف می گردد.

مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq} = R_1 + R_2 = 2 + 2 = 4 \Omega$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل

$$V = R_{eq} I = 4 \times 2 = 8 \text{ V}$$

است:

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۶۲ تا ۷۵)

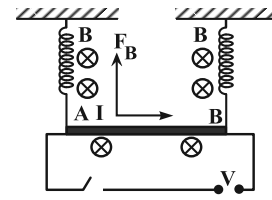
۶۶- گزینه «۲»

(ابوالفضل نکومشینی نژاد)

وقتی کلید k باز است، نیروسنجها مجموعاً 10 N کشیدگی دارند.

وقتی کلید k بسته است، نیروسنجها مجموعاً 6 N کشیدگی دارند و در این

حالت 4 N نیروی رو به بالا به میله AB وارد می شود.



میدان مغناطیسی با توجه به گفته سوال درون سو است و با توجه به گفته بالا،

F_B نیز باید به سمت بالا باشد، پس با توجه به قانون دست راست می توان

گفت I (جریان) باید از A به سمت B باشد، پس می توان

گفت $V_A - V_B$ مثبت است.

$$F_B = BIL \sin \theta \Rightarrow 4 = BL \left(\frac{V}{R} \right) \Rightarrow V = \frac{4R}{LB}$$

$$\Rightarrow V = \frac{4 \times \rho \frac{L}{A}}{LB} = \frac{4 \times 2 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-6} \times 0/5} = 4 \text{ V} \Rightarrow V = 4 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۱ تا ۹۴)



(آراس مموری)

۷۳- گزینه «۴»

فاصله میله‌ها از یکدیگر در حالت اول $0.8 \text{ cm} = 0.8 - 2(0.5) = 0.8 - 1.0 = -0.2 \text{ cm}$ است. بنابراین در حالت جدید داریم:

$$D_{\gamma} = \frac{D_1}{2} \rightarrow D_{\gamma} = 0.4 \text{ cm}$$

مجموع تغییرات طولی دو فلز با یکدیگر برابر است با:

$$|D_{\gamma} - D_1| = \Delta L_1 + \Delta L_{\gamma} \\ \Rightarrow 0.4 \text{ cm} = (\Delta \alpha_1 \times \Delta F) + (\Delta \alpha_{\gamma} \times \Delta F) \\ \Rightarrow 0.4 \text{ cm} = \Delta F (\alpha_1 + \alpha_{\gamma})$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{3 \times 10^{-5} \cdot F} \rightarrow 0.4 = \Delta F \times 4 \times 10^{-5} \\ \alpha_{\gamma} = \frac{2}{7 \times 10^{-5} \cdot F}$$

$$\Rightarrow \Delta F = 200 \text{ N}$$

دقت کنید که با توجه به واحد ضریب انبساط خطی $(\frac{1}{F})$ ، تغییرات دمای

به دست آمده برحسب درجه فارنهایت است. پس:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{1000}{9} \text{ K}$$

تذکر: توجه کنید که دمای اولیه میله‌ها تأثیری در حل سوال ندارد.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

(زهره آقامموری)

۷۴- گزینه «۲»

با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta \\ Q_{5^{\circ}\text{C}} + Q_{39^{\circ}\text{C}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0 \\ 0.5 \times 4200 \times (\theta_e - 5) + 0.8 \times 4200 \times (\theta_e - 39) + 252 \times (\theta_e - 5) = 0 \\ 56(\theta_e - 5) + 80(\theta_e - 39) = 0 \Rightarrow 136\theta_e = 3400 \Rightarrow \theta_e = 25^{\circ}\text{C}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times 25 + 32 = 77^{\circ}\text{F}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

(معمومه شریعت ناصری)

۷۵- گزینه «۲»

در فرایند bc که یک فرایند بی‌دررو است، $Q_{bc} = 0$ است و چون فرایند

انبساطی است، W_{bc} منفی است: $W_{bc} = -6000 \text{ J}$

برای به‌دست آوردن کار چرخه، باید کار تک‌تک فرایندها را جمع کنیم:

$$W_{ab} = 0 \text{ (فرایند هم‌حجم)}$$

$$W_{bc} = -6000 \text{ J}$$

$$W_{ca} = -P \frac{\Delta V}{V_a - V_c} = -200 \times 10^3 \times (-20 \times 10^{-3}) = 4000 \text{ J}$$

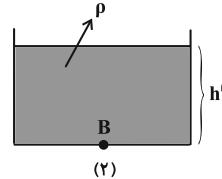
$$W = W_{ab} + W_{bc} + W_{ca} = -2000 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

$$\begin{cases} P_A = P_{\text{مایع}} + P_0 \\ P_A = 11 P_{\text{مایع}} \end{cases} \Rightarrow 11 P_{\text{مایع}} = P_{\text{مایع}} + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} = \frac{1}{10} P_0 \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 10^4 \text{ Pa}$$

از طرفی با افزایش ارتفاع مایع فشار کل در ته ظرف ۴ درصد افزایش می‌یابد. پس داریم:



$$\begin{cases} P_B = 1.04 P_A \Rightarrow P_B = 1.04(\rho gh + P_0) \\ P_B = P'_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_B = \rho gh' + P_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho gh' + P_0 = 1.04 \rho gh + 1.04 P_0$$

$$1.0 \rho h' = 1.04 \rho gh + \frac{4}{100} P_0$$

$$\frac{P_{\text{مایع}} = \rho gh = 10^4 \text{ Pa}}{1.0 \rho h'} \rightarrow 1.0 \rho h' = 10400 + 4000 \Rightarrow \rho h' = 1440$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1440}{h'} \quad \text{(II)}$$

با برابر قرار دادن رابطه (I) و (II) داریم:

$$\frac{1440}{h'} = \frac{1000}{h} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{144}{100} \Rightarrow h' = 1.44 h$$

از طرفی مجموع ارتفاع دو مایع در دو حالت ۱۲۲ سانتی‌متر است. پس:

$$h' + h = 122 \xrightarrow{h'=1.44h} 2.44h = 122 \text{ cm} \Rightarrow h = 50 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(مسام ناری)

۷۱- گزینه «۳»

موارد (الف) و (پ) نادرست‌اند.

طبق معادله پیوستگی $(A_1 v_1 = A_2 v_2)$ ، در مسیر حرکت آب هر چه سطح مقطع لوله بزرگ‌تر شود، تندی جریان آب کاهش می‌یابد و برعکس (نادرستی الف و درستی ب).

در حالت پایا که همه جای لوله پر از آب است، مقدار آبی که در یک مدت زمان معین از یک مقطع لوله می‌گذرد با مقداری که از هر مقطع دیگر لوله در همان مدت زمان می‌گذرد برابر است. (نادرستی پ)

طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد. (درستی ت)

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

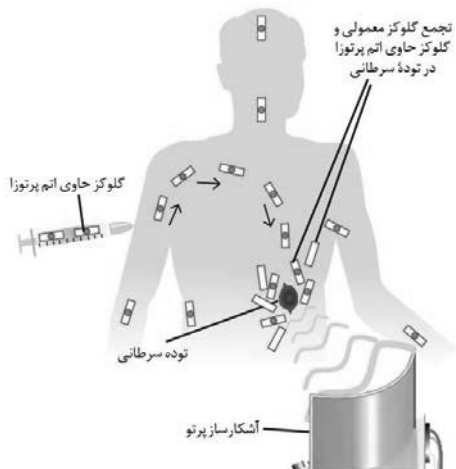
(مسین الهی)

۷۲- گزینه «۱»

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{mgh}{P_{\text{ورودی}} \times t} \Rightarrow 0.7 = \frac{mgh}{2000 \times 60}$$

$$\Rightarrow m = 400 \text{ kg}, \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{400}{1000} = 0.4 \text{ m}^3 = 400 \text{ L}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)



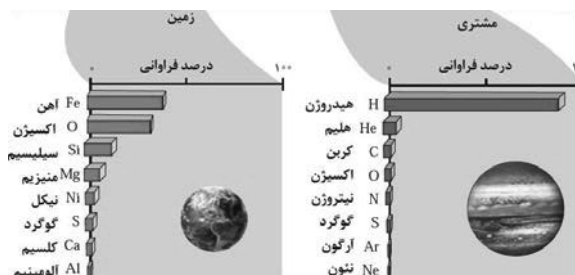
(شیمی - کیوان زاگره القباوی هستی: صفحه‌های ۳، ۵، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲)

شیمی

۷۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

۱) درصد فراوانی عنصرهای هیدروژن و هلیوم (عنصرهای ردیف اول جدول دوره‌ای عنصرها) در سیاره‌ی مشتری نسبت به زمین بیشتر است. در حالی که درصد فراوانی گوگرد در سیاره‌ی زمین بیشتر از سیاره‌ی مشتری است. نمودارهای زیر را ببینید:



۲) ایزوتوپی از عنصر تکنسیم (۴۳ Tc) در تصویربرداری غده تیروئید مورد استفاده قرار می‌گیرد که نسبت شمار نوترون‌های آن به شمار پروتون‌های آن

$$\frac{n}{p} = \frac{99 - 43}{43} = \frac{56}{43} \approx 1.3 < 1.5$$

رابطه $\frac{n}{p} \geq 1.5$ در اغلب رادیوایزوتوپ‌ها برقرار است.

۳) در دوره چهارم جدول دوره‌ای، ۱۳ عنصر فلزی با اعداد اتمی ۱۹ تا ۳۱ (از پتاسیم تا گالیوم) وجود دارد که از این میان نماد شیمیایی چهار عنصر فلزی کلسیم (۲۰ Ca)، کروم (۲۴ Cr)، کبالت (۲۷ Co) و مس (۲۹ Cu) با حرف C شروع می‌شود:

$$\frac{4}{13} \times 100 \approx 30.7\%$$

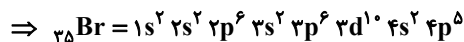
چهار عنصر کلسیم، کروم، کبالت و مس همگی دارای الکترون در زیرلایه ۴s به عنوان آخرین زیرلایه اشغال شده هستند. زیرلایه‌های ۱s، ۲s، ۳s هر کدام دو الکترون دارند و با توجه به این که زیرلایه s دارای عدد کوانتومی فرعی $l = 0$ است، این سه زیرلایه مجموعاً شش الکترون با $l = 0$ را شامل می‌شوند. زیرلایه ۴s نیز حداقل یک الکترون دارد (در کلسیم و کبالت دو الکترون و در کروم و مس یک الکترون) که این الکترون‌ها نیز دارای $l = 0$ است. بنابراین، هر یک از این چهار عنصر حداقل هفت الکترون با عدد کوانتومی فرعی $l = 0$ در آرایش الکترونی خود دارند.

۴) همان‌طور که در شکل داده شده می‌بینید، برای توده سرطانی، نوع گلوکز مهم نیست و هر نوع گلوکوزی را مصرف می‌کند؛ به عبارت دیگر هم گلوکز معمولی هم گلوکز نشان‌دار در محل توده، جمع می‌شود، ولی این گلوکز نشان‌دار است که به دلیل پرتوزا بودن، محل توده سرطانی رو لو می‌دهد! به عبارت دیگر غده سرطانی به خاطر مصرف زیاد گلوکز مشخص می‌شود.

۷۷- گزینه «۳»

(معمرباش جمشیری)

$$Z = \frac{A - 10}{2} = \frac{80 - 10}{2} = 35$$



بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در اتم عنصر برم، لایه چهارم از الکترون پر نشده است.

ب) درست؛ آلکن‌ها در اثر واکنش با Br_2 تبدیل به ترکیبات سیر شده می‌شوند.

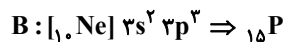
پ) نادرست؛ در دمای اتاق فلوئور و کلر گاز و ید جامد است.

ت) درست؛ شمار نوترون‌ها در ${}_{35}^{80}\text{Br}$ و اتم ${}_{41}^{86}\text{D}$ برابر ۴۵ می‌باشد.

(شیمی - کیوان زاگره القباوی هستی: صفحه‌های ۵، ۱۰، ۱۱ و ۲۷ تا ۳۳)

۷۸- گزینه «۳»

(پیمان فواجوی مبر)



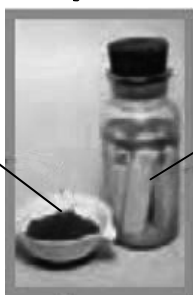
بررسی موارد:

مورد اول: مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت

$$\text{کروم } (3d^5 4s^1) \text{ برابر } 29 \text{ است. } 5(3+2) + 1(4+0) = 29$$

مورد دوم: مطابق مطالب کتاب درسی عنصر فسفر دارای دو آلوتروپ (فسفر سفید و قرمز) است که از این میان، فقط یکی از آن‌ها (فسفر سفید) در آزمایشگاه در زیر آب نگهداری می‌شود. فسفر سفید به سرعت با اکسیژن هوا واکنش می‌دهد.

فسفر



فسفر قرمز

فسفر سفید



(یاسر راش)

۸۱- گزینه «۴»

مولکول	ساختار لوویس	اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی ...	نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی
SO_2Cl_2		نیست	$\frac{12}{4} = 3$
O_3		است	-
POF_3		نیست	$\frac{12}{4} = 3$
HCN	$\text{H}-\text{C}\equiv\text{N}:$	نیست	-
SO_2		نیست	$\frac{8}{4} = 2$
NO_2Cl		نیست	-
COF_2		نیست	$\frac{8}{4} = 2$
CHCl_3		نیست	-

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(سعیر تیزرو)

۸۲- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) استون (CH_3COCH_3) از انواع حلال‌های قطبی بوده و می‌تواند

حل‌شونده‌های ناقصی مثل جریب‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها را در خود حل کند.

(۲) اتانول به صورت کاملاً مولکولی در آب حل شده و یونش نمی‌یابد. بنابراین

محلول اتانول رسانای جریان برق نیست و این موضوع با تغییر غلظت اتانول

تغییر نمی‌کند.

(۳) در ساختار یخ هر اتم O با دو اتم H از یک مولکول آب پیوند اشتراکی

یگانه و با دو اتم H از مولکول‌های آب دیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

مورد سوم: کروم دو یون Cr^{2+} و Cr^{3+} تشکیل می‌دهد پس می‌تواند با اکسیژن و نیتروژن ترکیبات زیر را تشکیل دهد:



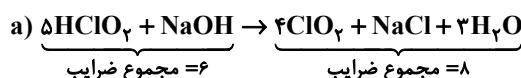
مورد چهارم: عدد اکسایش فسفر در HPO_4^{2-} برابر ۳+ است و این یون هم خاصیت اکسندگی دارد و هم خاصیت کاهندگی. مواد شیمیایی در بالاترین عدد اکسایش خود فقط اکسند و در کمترین عدد اکسایش خود فقط کاهنده هستند و اگر عدد اکسایش آن‌ها مابین این دو عدد باشد، هم خاصیت اکسندگی دارند و هم خاصیت کاهندگی دارند.

(شیمی ۲- قدر هدرای زمین را برانیم؛ صفحه‌های ۸ و ۱۶)

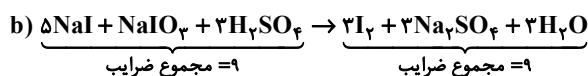
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۷۹- گزینه «۲» (یاسر راش)

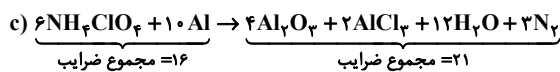
معادله موازنه شده واکنش‌ها پس از موازنه به صورت زیر است:



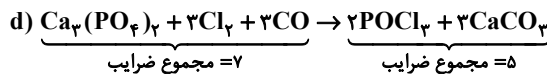
\Rightarrow اختلاف = ۲



\Rightarrow اختلاف = ۰ (کمترین)



\Rightarrow اختلاف = ۵ (بیشترین)



\Rightarrow اختلاف = ۲

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۰- گزینه «۱» (امین نوروزی)

معادله موازنه شده به شکل زیر است:



? L $\text{O}_2 = 158 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4}$

در شرایط استاندارد $\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 11.2 \text{ L O}_2$

مطابق قوانین حاکم بر گازها می‌توان نوشت:

$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{P_1}{P_2}$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{273 + 182}{273} \times \frac{1}{(1+4)} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3}$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)



(امیرمسین طبی)

۸۵- گزینه «۱»

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ C بزرگترین نافلز دوره دوم است ولی یون پایدار تک اتمی ندارد و با اشتراک الکترون، به آرایش گاز نجیب Ne می‌رسد.

قابل توجه است که کربن در ساختار بعضی یونها (مثل CO₃²⁻) وجود دارد، اما این یون به صورت تک اتمی نیست.

مورد دوم: درست؛ عنصرهای Br^{۳۵} و I^{۵۳} در دوره‌های چهارم و پنجم قرار دارند. در هر یک از این دو دوره، حداکثر ۲ عنصر شبه‌فلزی یافت می‌شود.

مورد سوم: درست؛ شمار عناصر فلزی موجود در ۴ دوره اول جدول تناوبی برابر با ۱۸ عنصر می‌باشد. نافلزهای ۲ اتمی دسته p عناصر I_p، Br_p، Cl_p، F_p، N_p و O_p هستند.

مورد چهارم: درست؛ به عنوان مثال در گروه ۱۴، Sn و Pb رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۹)

(فرشید مراری)

۸۶- گزینه «۲»

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند. با توجه به جدول، عنصرهای A و C به دلیل کمتر بودن شعاع یونی از شعاع اتمی، عنصر فلزی هستند و B و D به دلیل بیشتر بودن شعاع یونی از شعاع اتمی، عنصر نافلزی هستند. از طرفی شعاع اتمی A از C بیشتر است، بنابراین با توجه به روند شعاع اتمی، در دوره سوم، A در سمت چپ C قرار دارد. B و D دو نافلز از میان نافلزهای فسفر، گوگرد و کلر هستند و با توجه به شعاع‌های اتمی آن‌ها، B در سمت چپ D قرار دارد.

بررسی موارد:

(الف) با توجه به جایگاه‌های ۴ عنصر، این عبارت درست است.

(ب) فسفر و گوگرد در دما و فشار اتاق، جامد هستند و کلر به حالت گاز است، به لفظ می‌توانند دقت کنید.

(پ) به دلیل نافلز بودن B و فلز بودن A، شمار الکترون‌های ظرفیتی B بیشتر است. ولی عنصر D هم نافلز است و در سمت راست B قرار دارد و شمار الکترون‌های ظرفیتی D از B بیشتر است.

(ت) A فلز است و B نافلزی از دسته p است. دقت کنید که A نمی‌تواند Al باشد زیرا باید فلز دیگری به عنوان C باشد که A در سمت چپ آن قرار بگیرد. پس A و B نمی‌توانند در یک دسته قرار بگیرند.

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

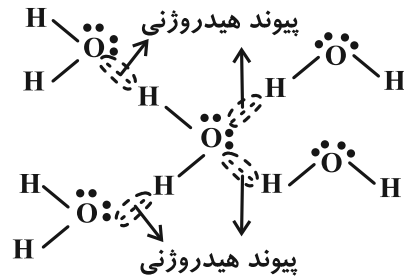
(فرشید مراری)

۸۷- گزینه «۱»

عنصر تیتانیم در دوره چهارم قرار گرفته است. در هر دوره از جدول، فعال‌ترین نافلز، هالوژن آن دوره است و هالوژن دوره چهارم، عنصر برم (Br^{۳۵}) است که در دمای ۲۰۰°C (۴۷۳K) یا بالاتر از آن (مثلاً ۴۷۴K) با گاز هیدروژن وارد واکنش می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) گازوئیل، تعداد اتم کربن بیشتری نسبت به نفت سفید (سوخت هواپیما) دارد، بنابراین نیروی بین مولکولی و دمای جوش آن نیز بیشتر از نفت سفید بوده و در سینی‌های پایین‌تری از مخلوط برج تقطیر جدا می‌شود.



(۴) این گزینه نادرست است:

$$\frac{2 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} \times \frac{1}{5 \text{ L محلول}} = 60 \text{ g CH}_3\text{COOH}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۳ تا ۱۰۸)

(ممد عظیمیان زواره)

۸۳- گزینه «۳»

$$223 - 273 = 50^\circ \text{C}$$

$$S = 0/4\theta + 80 \Rightarrow S = (0/4 \times 50) + 80 = 100 \text{ g}$$

$$50^\circ \text{C} \text{ دمای سیرشده در } 100 + 100 = 200 \text{ g جرم محلول}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{100}{200} \times 100 = 50\%$$

با توجه به انحلال‌پذیری نمک در دماهای ۵۰°C و ۲۰°C:

$$\theta = 20^\circ \Rightarrow S = 0/4 \times 20 + 80 = 88 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = 100 + 88 = 188 \text{ g}$$

بر اثر سرد شدن ۲۰۰ گرم محلول سیرشده نمک از دمای ۵۰°C تا ۲۰°C، مقدار ۱۲ گرم از نمک رسوب می‌کند.

$$\text{رسوب } 30 \text{ g} = \frac{12 \text{ g رسوب}}{200 \text{ g محلول}} \times 500 \text{ g محلول} = \text{رسوب } 30 \text{ g} ?$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶، ۱۰۲ و ۱۰۳)

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

۸۴- گزینه «۱»

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) ماده A نوعی ماده آلی و ناقطبی است و مخلوط آن با بنزین همانند مخلوط بد در هگزان (مخلوط دو ماده ناقطبی)، یک مخلوط همگن است.

(۲) هیدروکربنها (متان و هگزان) مواد ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها نزدیک به صفر بوده ولی گشتاور دوقطبی C برابر D/۶۹ است.

(۳) مقایسه قدرت نیروی بین مولکولی این ماده به صورت C > B > A است. نیروی بین مولکولی وابسته به گشتاور دوقطبی مولکول‌ها (μ) است.

(۴) نقطه جوش A و B کمتر از ۲۹۸K یا کمتر از ۲۵°C است پس در دمای اتاق گازی شکل هستند. هرگاه دمای اتاق بیشتر از نقطه جوش ماده باشد، آن ماده در دمای اتاق به حالت گازی می‌باشد مثل گازهای نجیب.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۲۰)



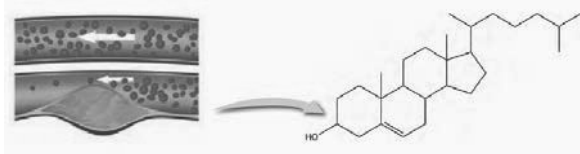
ب) هر مول از آن به علت داشتن ۶ پیوند دوگانه کربن-کربن (C=C) می‌تواند با ۶ مول گاز هیدروژن (۱۲ گرم گاز هیدروژن) واکنش دهد.

پ) این ترکیب دارای ۴ اتم ید (هالوژن) بوده و این تعداد با شمار جفت



برابر است.

ت) فرمول مولکولی آن $C_{15}H_{11}NO_4I_4$ می‌باشد و همانند کلسترول دارای یک گروه عاملی هیدروکسیل است.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۱، ۹۶، ۱۱۱، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۹۱- گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)



$$? g KNO_3 = 19/6 L \text{ گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22/4 L \text{ گاز}} \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{7 \text{ mol گاز}}$$

$$= 0/5 \text{ mol } KNO_3$$

$$\bar{R}_{KNO_3} = \frac{\Delta n KNO_3}{\Delta t} = \frac{0/5 \text{ mol}}{5 \text{ min}} = 0/1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\bar{R}_{KNO_3}}{4} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{0}{4} \times (0/1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1})$$

$$= 0/125 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$? g K_2O = 0/5 \text{ mol } KNO_3 \times \frac{2 \text{ mol } K_2O}{4 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{94 g K_2O}{1 \text{ mol } K_2O}$$

$$= 23/5 g K_2O$$

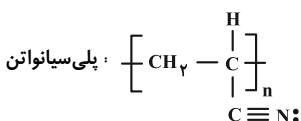
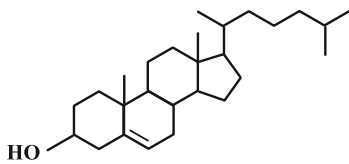
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۹۲- گزینه «۴»

(امیرمسعود عسینی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در ساختار واحد تکرار شونده پلی‌سیانواتن، همانند ساختار کلسترول (الکل سیرنشده) پیوند چندگانه دیده می‌شود.



ب) درست؛ پلی‌اتن سنگین کدر در ساختار درب بطری آب معدنی استفاده می‌شود.
پ) درست؛ پلی‌استیرن در تهیه ظروف یک بار مصرف به کار می‌رود. از لیوان یک بار مصرف به عنوان عایق گرما در گرماسنج لیوانی استفاده می‌شود.

۳) در بین عناصر واسطه دوره چهارم، عنصر آهن، ۳ زیرلایه با ۶ الکترون دارد ($3d^6, 3p^6, 2p^6$). این عنصر فلزی در هوای مرطوب به کندی با گاز اکسیژن وارد واکنش می‌شود.

۴) عنصری که بیشترین خاصیت شیمیایی نافلزی را دارد، هالوژن دوره دوم یا F (فلوئور) با عدد اتمی ۹ و عنصری که بیشترین خاصیت شیمیایی فلزی را دارد، فلز قلیایی تناوب ششم یا Cs (سزیم) با عدد اتمی ۵۵ است. اختلاف عدد اتمی این دو عنصر برابر ۴۶ است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۸۸- گزینه «۴»

(امیرمسعود کنگرانی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) دما معیاری برای توصیف میانگین تندی ذرات است هر چه دما بیشتر باشد، میانگین انرژی جنبشی بیشتر است. دقت کنید که مجموع انرژی جنبشی یا همان انرژی گرمایی، تابع دما و مقدار ماده است.

۲) دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی را نشان می‌دهد. پس ظرف A گرم‌تر از B است.

۳) انرژی گرمایی با دو عامل دما و مقدار ماده، رابطه مستقیم دارد. با وجود این که دمای ظرف A کمی از ظرف B بیشتر است اما چون مقدار ماده ظرف B به مقدار (قابل توجهی) بیشتر از ظرف A است (۴ برابر)، پس انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از A است.

۴) مخلوط کردن دو ظرف با هم باعث کاهش دمای محتویات ظرف A و رسیدن به دمای تعادل می‌شود که باعث می‌شود میانگین تندی مولکول‌های ظرف A کاهش یابد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۸۹- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

با توجه به درصدهای داده شده در صورت سوال داریم:

$$\left(300g \times \frac{3}{100} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \right) + \left(300g \times \frac{17}{100} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \right)$$

$$+ \left(300g \times \frac{5}{100} \times 38 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \right) = 1590 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۴، ۵۵ و ۷۲)

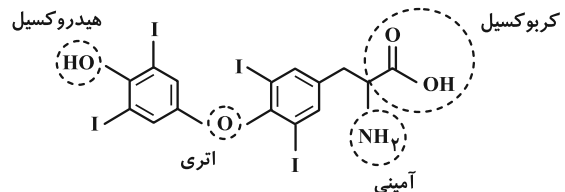
۹۰- گزینه «۳»

(هاری معری زاره)

موارد (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

الف) دارای گروه عاملی آمینی، کربوکسیل، اتری و هیدروکسیل است.



در ادامه با استفاده از جرم رسوب تشکیل شده، جرم صابون جامد موجود در قطعه صابون اولیه را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } C_{18}H_{31}O_2Na = 59 / 18 \text{ g } (C_{18}H_{31}O_2)_2Ca \times \frac{1 \text{ mol}}{598 \text{ g}} \\ \times \frac{2 \text{ mol } C_{18}H_{31}O_2Na}{1 \text{ mol } (C_{18}H_{31}O_2)_2Ca} \times \frac{302 \text{ g } C_{18}H_{31}O_2Na}{1 \text{ mol } C_{18}H_{31}O_2Na} \times \frac{100}{80} \\ = 75 / 5 \text{ g } C_{18}H_{31}O_2Na$$

بنابراین جرم تریکلوزان موجود در قطعه صابون برابر است با:

$$87 / 08 - 75 / 5 = 11 / 58 \text{ g}$$

این مقدار، معادل با جرم ۰/۰۴ مول از تریکلوزان است. در نتیجه جرم مولی

$$\text{تریکلوزان برابر با } 11 / 58 = 289 / 5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ است. فرمول مولکولی و}$$

جرم مولی ساختارهای ارائه شده در گزینه‌ها به شرح زیر است:

$$C_{12}H_7Cl_3O_2 = 289 / 5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (1)$$

$$C_{13}H_9Cl_3N_2O = 315 / 5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (2)$$

$$C_8H_9ClO = 156 / 5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (3)$$

$$C_{13}H_6Cl_6O_2 = 407 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (4)$$

بنابراین ساختار ارائه شده در گزینه «۱» مربوط به تریکلوزان است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۴ تا ۶)

(علی یغمی)

۹۶- گزینه «۱»

K_a استیک اسید در دمای اتاق بیشتر از هیدروسیانیک اسید است، پس غلظت‌های یون‌های موجود در محلول آن (مثل $[H^+]$) بیشتر می‌باشد، چون استیک اسید بیشتر یونیده شده است. از طرفی چون غلظت یون هیدرونیوم در HCN کمتر از CH_3COOH است، پس محلول هیدروسیانیک اسید، pH بیشتری دارد.

قدرت اسیدی HCN از CH_3COOH در دما معین کمتر است، پس در غلظت برابری از آن‌ها، شمار مولکول‌های یونیده نشده در HCN بیشتر خواهد بود.

$[M] - M\alpha = [مولکول‌های یونیده نشده]$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۵)

(یاسر راش)

۹۷- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) مدل آرنیوس با بررسی میزان تولید یون هیدرونیوم (H_3O^+) در محلول‌های آبی، قدرت اسیدی مواد را مشخص می‌کند. HCN یک اسید ضعیف است و در آب به مقدار کمی یون هیدرونیوم تولید می‌کند. در مقابل، $NaOH$ یک باز قوی است و در آب تقریباً به‌طور کامل به یون‌های

سدیم (Na^+) و هیدروکسید (OH^-) تفکیک می‌شود. بنابراین، در محلول آبی HCN با غلظت مشخص، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از محلول آبی $NaOH$ با همان غلظت و دما خواهد بود، زیرا $NaOH$ با تولید یون هیدروکسید، غلظت یون هیدرونیوم را کاهش می‌دهد.

(۲) اسیدها را بر مبنای میزان یونش در آب در دمای معین به دو دسته قوی و ضعیف تقسیم می‌کنند.

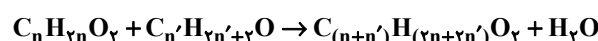
(ت) نادرست؛ در پلیمرهای افزایشی مانند پلی‌اتن، پلی‌پروپن و ... جرم مولی پلیمر برابر با مجموع جرم مونومرهای سازنده آن است، اما در مورد همه پلیمرها این عبارت درست نیست. پلیمرهای ترکیبی مثل پلی‌استرها و پلی‌آمید و سلولز و نشاسته این طور نیستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۹۶ و ۱۰۶ تا ۱۱۰)

(مهم‌رضا پورهاوید)

۹۳- گزینه «۴»

با توجه به معادله کلی واکنش کربوکسیلیک اسیدها ($C_nH_{2n}O_2$) و الکلها ($C_nH_{2n+2}O$)، یک مول آب تولید خواهد شد:



بنابراین می‌توان جرم مولی و فرمول مولکولی اسید مورد استفاده را به صورت زیر تعیین کرد:

$$5 / 18 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol اسید}}{M \text{ g اسید}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol اسید}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$\times \frac{60 \text{ g } H_2O \text{ عملی}}{100 \text{ g } H_2O \text{ نظری}} = 0 / 54 \text{ g } H_2O \Rightarrow M = 116$$

$$C_nH_{2n}O_2 = 116 \Rightarrow 14n + 32 = 116 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow C_6H_{12}O_2$$

در نتیجه نسبت جرمی کربن به اکسیژن در این اسید برابر است با:

$$\frac{C \text{ جرم}}{O \text{ جرم}} = \frac{6 \times 12}{2 \times 16} = \frac{72}{32} = 2 / 25$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(یاسر راش)

۹۴- گزینه «۱»

شیمی‌دان‌ها براساس یافته‌های تجربی دریافته‌اند که مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند «محیط مرطوب با کاتالیزگر» یا «محیط گرم و مرطوب» به آرامی به مونومرهای سازنده (گلوکز) تبدیل می‌شوند و مزه شیرین ایجاد می‌کنند. نشاسته هنگام گوارش (که از دهان آغاز می‌شود) به گلوکز تبدیل می‌گردد. در واقع گوارش نشاسته شامل واکنش شیمیایی تبدیل آن به گلوکز است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

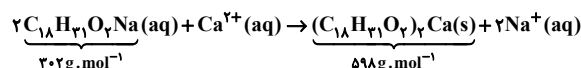


(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه ۱۱۸)

(یاسر راش)

۹۵- گزینه «۱»

با توجه به ساختار لینولئیک اسید، فرمول مولکولی آن به صورت $C_{18}H_{32}O_2$ و فرمول صابون جامد حاصل از آن به صورت $C_{18}H_{31}O_2Na$ است. معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



$302 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$598 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$



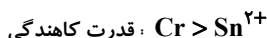
ضرب اکسندہ → تغییرات گونه کاهنده
ضرب کاهنده → تغییرات گونه اکسندہ

بررسی همه گزینه‌ها:

$$(I) \frac{\text{ضرب گونه اکسندہ واکنش}}{\text{ضرب گونه کاهنده واکنش}} = \frac{۳}{۱} = ۳ \quad (1)$$

$$(II) \frac{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌ها در واکنش (I)}}{\text{ضرب گونه اکسندہ در واکنش (II)}} = \frac{۲+۳+۲+۳}{۲} = ۵ \quad (2)$$

(۳) با توجه به انجام پذیر بودن واکنش (I) می‌توان نوشت:



(۴) گونه کاهنده در واکنش (I)، Cr با ضریب استوکیومتری ۲ است. گونه کاهنده در واکنش (II)، Sn^{۲+} با ضریب استوکیومتری ۱ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱۰۰- گزینه «۱»

(عسین شاهسواری)

بررسی موارد نادرست:

(الف) یون Cl⁻ در حالت فیزیکی مذاب قرار دارد (نه محلول). مولکول آب مزاحم فرایند برکافت است.

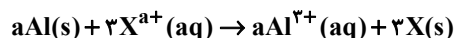
(ب) در مخزن W، محلول MgCl_۲ تولید می‌شود، نه مذاب آن!

(شیمی ۲- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

۱۰۱- گزینه «۳»

(مفسر مینونی)

با توجه به این که Al نقش آند را دارد، پس فلز نیزیم به دلیل این که کاهنده تر از Al است، نمی‌تواند نقش کاتد را داشته باشد. واکنش کلی این سلول به صورت زیر می‌باشد:



اگر الکتروود A را Ti یا Zn (با نماد فرضی X) فرض کنیم، معادله واکنش به صورت زیر خواهد بود:



اگر الکتروود A، Ag باشد، معادله واکنش به صورت زیر خواهد بود:



حال به محاسبه تغییر جرم الکتروود کاتد می‌پردازیم:

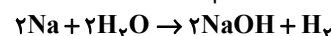
$$\text{X} : \text{Ti} \rightarrow \frac{۱ \text{ mole}^{-}}{۶ \cdot ۰.۲ \times ۱۰^{۲۳} e^{-}} \times \frac{۳ \text{ mol Ti}}{۶ \text{ mole}^{-}}$$

$$\times \frac{۴۸ \text{ g Ti}}{۱ \text{ mol Ti}} = ۳۸ / ۴ \text{ g Ti}$$

(۳) مدل آرنیوس بر مبنای تولید یون هیدرونیوم در محلول‌های آبی، اسیدها و بازها را تعریف می‌کند. برای نمونه، در حالی که HCl (یک اسید آرنیوس) تنها یک اتم هیدروژن دارد، NH_۳ (یک باز آرنیوس) سه اتم هیدروژن دارد.

همچنین، H_۲CO_۳ (یک اسید آرنیوس) دو اتم هیدروژن دارد، در حالی که NaOH (یک باز آرنیوس) یک اتم هیدروژن دارد (البته به صورت یون هیدروکسید). این مثال‌ها نشان می‌دهند که تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار اسیدها و بازهای آرنیوس لزوماً با قدرت اسیدی یا بازی آن‌ها ارتباطی ندارد و نمی‌توان از آن برای مقایسه آن‌ها استفاده کرد. از این رو، مدل آرنیوس در پیش‌بینی و مقایسه شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار اسیدها و بازهای آرنیوس عملکرد مناسبی ندارد، زیرا تمرکز این مدل بر یون‌های تولید شده در محلول آبی است، نه تعداد اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی آن‌ها.

(۴) فلزهای قلیایی با انحلال در آب غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهند و جزو بازهای آرنیوس هستند، اما در ساختار خود اتم H یا O ندارند. مثل:



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۹۸- گزینه «۴»

(هاری مهری زاده)

با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$[\text{H}^{+}] = ۱۰^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^{+}] = ۱۰^{-۴} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-۱}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^{+}][\text{X}^{-}]}{[\text{HX}]} \Rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^{+}]^2}{M - [\text{H}^{+}]}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۴} = \frac{۱۰^{-۸}}{M - ۱۰^{-۴}} \Rightarrow M = ۲ \times ۱۰^{-۴} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-۱}$$

جرم (g)

$$\frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم (L)}} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}}$$

$$\frac{۳۵ / ۲ \times ۱۰^{-۴}}{۰ / ۲}$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۴} = \frac{\text{جرم مولی}}{۰ / ۲} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۵} = \frac{۳۵ / ۲ \times ۱۰^{-۴}}{\text{جرم مولی}}$$

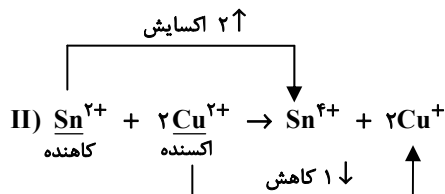
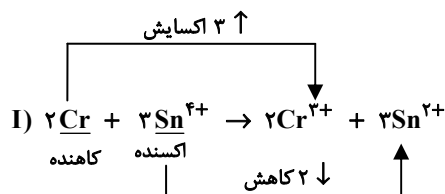
$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = ۸۸ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

۹۹- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

ابتدا معادله موازنه شده واکنش‌ها را می‌نویسیم:





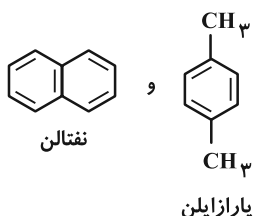
(امیرمسین طبی)

۱۰۵- گزینه «۲»

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

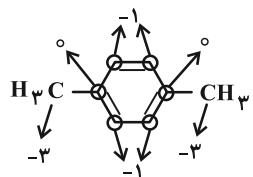
بررسی موارد:

(الف) فرمول مولکولی پارازیلین به صورت C_8H_{10} و فرمول مولکولی نفتالن به صورت $C_{10}H_8$ است.

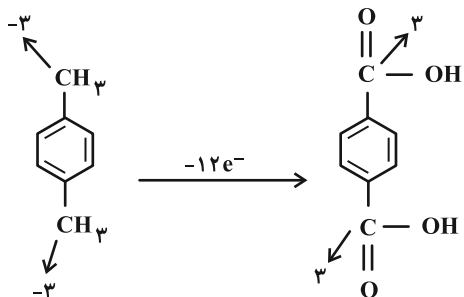


(ب) عدد اکسایش کربن در $H-C(=O)-H$ برابر با صفر می‌باشد. در پارازیلین، ۲ اتم کربن دارای عدد اکسایش صفر، ۲ اتم کربن دارای عدد اکسایش (-۳) و ۴ اتم کربن عدد اکسایش (-۱) هستند.

$$\frac{2}{8} \times 100 = 25\%$$



(پ) ۲ اتم کربن از عدد اکسایش -۳ به +۳ می‌رسند که در مجموع به ازای هر مول پارازیلین ۱۲ مول الکترون طی فرایند اکسایش از دست می‌دهد. (به دست نمی‌آورد!)



(ت) پارازیلین در حضور محلول $KMnO_4$ غلیظ (به عنوان عامل اکسنده)، به ترفتالیک اسید تبدیل می‌شود. ترفتالیک اسید دارای فرمول مولکولی $C_8H_6O_4$ است.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های H}}{\text{تفاوت شمار اتم‌های C و O}} = \frac{6}{8-4} = \frac{6}{4} = 1.5$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

$$X: Zn \rightarrow 9/632 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol Zn}}{6 \text{ mole}^-}$$

$$\times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 52 \text{ g Zn}$$

$$Ag \rightarrow 9/632 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mole}^-}$$

$$\times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 172 / 8 \text{ g Ag}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۱۰۲- گزینه «۲»

(سعیر تیزرو)

ویژگی‌های رسانایی الکتریکی و پایداری در گرافیت بیشتر از الماس است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری، صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۱۰۳- گزینه «۱»

(پیمان فواجوی‌میر)

آنتالپی فروپاشی شبکه وابسته به بار کاتیون و آنیون است و با مجموع مقادیر عددی آن‌ها رابطه مستقیم دارد و با شعاع یون رابطه عکس دارد.

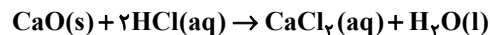
مقایسه درست آنتالپی فروپاشی این چهار ترکیب به صورت $NaBr < LiCl < CaO < MgO$ است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری،

صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳ و ۸۶)

۱۰۴- گزینه «۳»

(امیرممد کنکرائی)



$$pH = 1/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/7}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 10^{-2} \times 10^{3/7} \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{n(\text{mol})}{V(L)} \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = \frac{n}{2} \Rightarrow n = 4 \times 10^{-2} \text{ mol HCl}$$

$$? \text{ mol CaO} = 0.04 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{2 \text{ mol HCl}} = 0.02 \text{ mol CaO}$$

با توجه به یکسان بودن ضرایب استوکیومتری CaO و CO_2 ، مقدار 0.02 مول CO_2 در مخلوط تعادلی موجود است.

$$K = [CO_2] = \frac{0.02 \text{ mol}}{5L} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۲۵، ۳۰ تا ۳۶)

و شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

